Tentamen i Matematisk Statistik, 5p

LGR98

20 juni, 2001 kl. 9.00 – 13.00

Kursansvarig: Eric Järpe
Maxpoäng: 30
Betygsgränser: 12p: G, 22p: VG
Hjälpmedel: Miniräknare samt tabell- och formelsamling som medföljer tentamenstexten.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar fås med den rättade tentamen då den kvitteras ut.

1. Efter en provräkning observerar en lärare resultaten

Betyg	1	2	3	4	5
Antal elever	2	3	11	2	6

   Ange medianbetyg, typvärde samt rita histogram över de relativa frekvenserna. (2p)

2. En student funderar över vad medianresultatet för föregående skrivning var. Han får veta att av 8 som skrev hade den med näst minst poäng 9 och den med flest poäng 21. Vilken konfidensgrad har då intervallet (9, 21) för medianen? (3p)

3. Antalet minuter som en man får vänta på bussen är exponetialfördelat med parameter 0.2. När han kommer till hållplatsen står där en annan man som säger att han väntat en minut. Hur stor är sannolikheten att summan av de båda väntetiderna är mer än 9 minuter? (2p)

4. En vaktmästare vid en skola har i sitt förråd en första hylla med 60 W glödlampor och en andra hylla med 40 W lampor. Vaktmästaren är bortrest i tre år och hans fina lampordning förbistras skändligen. Med beteckningen (E, i) för händelsen $\{$man tar en lampa med effekt E från hylla nr $i\}$ kan den nya oordningen sammanfattas:

$$P(60,1) = 0.4 \qquad P(40,1) = 0.05 \qquad P(60,2) = 0.25 \qquad P(40,2) = 0.3$$

   a) Vad är den betingade sannolikheten att man tar en 60 W lampa och en 40 W givet att man tar dem från hylla nr 1? (2p)

   b) Intet ont anande ska vaktmästaren hämta 2 st 60 W lampor och 1 st 40 W. Vad är sannolikheten att han hämtar rätt sorts lampor? (2p)

5. Arne och Bertil ska åka till fjällen. I bilen finns 1 förarsäte och 2 passagerarsäten där fram och 4 passagerarsäten där bak. Arnes pappa kör.
   (a) Alla 5 passagerarna (Arne och Bertil samt 3 föräldrar) sätter sig helt slumpmässigt. Vad är chansen att Arne och Bertil hamnar brevid varandra? (2p)
   (b) De 3 föräldrarna som är passagerare sätter sig helt slumpmässigt. Vad är chansen att Arne och Bertil kan sitta brevid varandra? (2p)

6. En lärare har en teori om att hans arbetsbörda (avseende den antal extratimmar han jobbar hemma) sedan en tid tillbaka fördubblats från år till år enligt följande:

Läsår	*Arbetstimmar*
98/99	35
99/00	68
00/01	95

   Undersök om hans misstankar är obefogade genom att göra ett hypotestest på 5% signifikansnivå. (3p)

7. Eleven Kalle vid Mossbyskolan funderar på att tävla i att springa 100 m vid *skololympiaden*, ett idrottsmästerskap för skolor över hela landet. Hans tider från tidigare lopp har varit (i sekunder):

   11.2 12.0 11.9 11.7 11.4

   a) Anta att tiderna är normalfördelade och gör ett test på 5% signifikansnivå av om väntevärdet är mindre än 12 sekunder. (3p)

   b) Kalle tror själv att hans tider är $N(11.5, 0.3)$. Gymnastikläraren har med hjälp av tidigare sprinterresultat från olympiaden bedömt att vinnartiden är ungefär $N(11.1, 0.4)$. Vad är sannolikheten att Kalle vinner sprinterloppet vid olympiaden? (3p)

8. Vid en undersökning av näringsvärdet i skolmaten gör man 5 observationer av vikten vitamin A i mikrogram per skolmåltid. Man gör normalfördelningsantagande och testar om den förväntade vitaminvikten, μ, är 200 mikrogram mot att den är 250 mikrogram på 5% signifikansnivå:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 200 \\ H_1 : \mu = 250 \end{cases}$$

   Antag att standardavvikelsen är $\sigma = 40$. Vad blir styrkan av detta test? (3p)

9. Antag att
   - X_1 och X_2 är oberoende
   - $E(X_1) = E(X_2) = \mu$
   - $V(X_1) = V(X_2) = \sigma^2$.

   Låt $A = 0.5X_1 + 0.5X_2$ och $B = 0.5(X_1 - X_2)^2$.

   a) Visa att A är en väntevärdesriktig skattning av μ (1p)

   b) Visa att B är en väntevärdesriktig skattning av σ^2 (2p)

LYCKA TILL!