Tentamen i Matematisk Statistik, 5p

LGR98

27 oktober, 2001 kl. 9.00 – 13.00

Kursansvarig: Eric Järpe
Maxpoäng: 30
Betygsgränser: 12p: G, 22p: VG
Hjälpmedel: Miniräknare samt tabell- och formelsamling som medföljer tentamenstexten.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar fås med den rättade tentamen då den kvitteras ut.

1. På en skolgård spelas det fotboll på matrasterna. Under en vecka är deltagarantalet

mån	tis	ons	tor	fre
18	8	13	20	19

a) Vad är medelvärdet? ($\frac{1}{2}$p)
b) Vad är standardavvikelsen? ($\frac{1}{2}$p)
c) Rita ett histogram med klasserna $[6, 11]$, $[12, 17]$, $[18, 23]$. (1p)

2. Antag att man kastar 2 tärningar. Låt A vara händelsen att första tärningen visar 2, B vara händelsen att första tärningen visar 4 eller mindre och C vara händelsen att summan av tärningarna blir 7.
a) Vad är $P(B \cup C)$? (2p)
b) Är A och C oberoende? (2p)
c) Vad är $P(A \,|\, B)$? (2p)

3. Ylva och Lisa är 2 respektive 7 år gamla. Antag att deras livslängder är oberoende och normalfördelade med väntevärde 75 och standardavvikelse 8. Vad är sannolikheten att Ylva dör senare än Lisa? (3p)

4. En gymnastiklärare har en klass på 20 elever. Han observerar att under höstterminen är deltagarantalet på lektionerna

$$20,\ 20,\ 19,\ 19,\ 18,\ 16,\ 19,\ 20$$

Gymnastikläraren frågar matematikläraren (d.v.s. dig) om man kan vara 99% säker på att det i genomsnitt är mindre än 3 frånvarande per gång. Vad svarar du honom? (3p)

5. Vid en skola blev alla 405 eleverna på lektionen i svenska erbjudna att välja mellan uppsatsämnena A, B och C. Resultatet blev att 48.9% skrev om A, 23.9% skrev om B och 27.2% skrev om C. Kan man säga att något av ämnena var favorit hos eleverna eller kan det vara bara slumpmässig avvikelse? Gör ett test på lämplig signifikansnivå. (3p)

6. En familj arrangerar sin trädgårdsbelysning på följande sätt: man seriekopplar en lampa A med en grupp av 5 lampor B_1, B_2, B_3, B_4, B_5. De 5 B-lamporna är parallellkopplade med varandra. Låt livslängden mätt i dagar hos lampa A vara $X_A \in \text{Exp}(0.01)$, hos lampa B_1 vara $X_{B_1} \in \text{Exp}(0.03)$, ..., hos lampa B_5 vara $X_{B_5} \in \text{Exp}(0.03)$ oberoende av varandra. Vad är sannolikheten att lampa A och exakt 2 av de 5 B-lamporna lyser efter 70 dagar? (4p)

7. Antag att $X \in \text{Po}(1)$ och $Y \in \text{Po}(2)$ och att X och Y är oberoende. Visa att $X + Y \in \text{Po}(3)$. (Tips: binomialsatsen $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$.) (4p)

8. Antag att $E(X) = \mu$ och $V(X) = \sigma^2$ och att $X_1, X_2, \ldots, X_n$ är ett stickprov på X. Bevisa att

   a) $\bar{X} = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$ är en väntevärdesriktig skattning av μ. (2p)

   b) $\dfrac{1}{n-1} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$ är en väntevärdesriktig skattning av σ^2. (3p)

LYCKA TILL!