Tentamen i Matematisk Statistik, 5p

LGR00

6 juni, 2003 kl. 9.00 – 13.00

Kursansvarig: Eric Järpe
Maxpoäng: 30
Betygsgränser: 12p: G, 21p: VG
Hjälpmedel: Miniräknare samt tabell- och formelsamling som medföljer tentamenstexten.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar fås med den rättade tentamen då den kvitteras ut.

1. Låt X vara en kontinuerlig stokastisk variabel sådan att $P(X \leq x) = A(B + x + \sin x)$ där $x \in [-\pi, \pi]$ och A och B är konstanter.
   (a) Beräkna A och B. (2p)
   (b) Beräkna $E(X^2)$. (3p)

2. Till en utbildning söker dubbelt så många killar som tjejer. Oberoende av kön bär hälften glasögon.
   (a) Vad är sannolikheten att en sökande har glasögon eller är kille? (2p)
   (b) Antag att man slumpmässigt väljer 7 sökande. Vad är sannolikheten att 3 av dessa är tjejer och 4 är killar? (2p)

3. Under perioden december-januari-februari snöar det på en viss plats 2.5 cm per dygn med standardavvikelse 2 cm per dygn. Samtidigt packas snön p.g.a. varmare väder med 1 cm per dygn med standardavvikelse 1/2 cm per dygn. Antag att väderleken är oberoende från dygn till dygn (dock ej normalfördelad). Vad är sannolikheten att snödjupet i slutet av februari är minst 1 meter? (3p)

4. Det sägs att ”en olycka kommer sällan ensam”. Det har Gunnar tagit fasta på och registrerar under en vecka ”oturs-händelser” som drabbar honom:

Veckodag	mån	tis	ons	tors	fre	lör	sön
Antal olyckor	10	1	3	4	8	2	7

   Han vill bevisa att dessa olyckor tenderar att klumpa sig, dvs att de ej är jämnt fördelade över veckans sju dagar. Hjälp Gunnar med ett test på 1% signifikansnivå. (3p)

5. Inför en friluftsdag planeras vilka aktiviteter som ska vara valbara. Till att börja med måste man veta hur många som kommer vara med, speciellt om deltagarantalet blir fler än 100 elever, för att kunna genomföra vissa planerade aktiviteter. Från tidigare år har man följande statistik över deltagarantalet:

   118 97 108 96 98 172 89 102

   Antag att antalet deltagare är normalfördelat och

   (a) Antag att deltagarantalet är oberoende för olika friluftsdagar. Kan man visa på 5% signifikansnivå att det förväntade deltagarantalet är fler än 100?(2p)

   (b) Bilda ett 95% konfidensintervall för det förväntade deltagarantalet. (2p)

   (c) Antag att man vet att standardavvikelsen är 21 deltagare per friluftsdag och att det förväntade deltagarantalet μ egentligen är 120. Hur stor styrka får ett test likt det ovan med 8 observationer att förkasta hypotesen att $\mu > 100$ på 1% signifikansnivå? (3p)

6. Ett prov består av 2 st 4-poängs-uppgifter och 3 st 6-poängs-uppgifter. Sannolikheten att en elev försöker sig på en 4-poängare är 0.7 och en 6-poängare 0.8. Om en elev försökt lösa en uppgift ges antingen full poäng (med sannolikhet 0.4) eller halv poäng (med sannolikhet 0.6).

   (a) Vad är sannolikheten att en elev får minst 20 poäng men högst 21 poäng totalt? Ange alla antaganden du gör. (3p)

   (b) Vad är den betingade sannolikheten att en elev har försökt lösa alla 5 uppgifterna givet att poängresultatet totalt är antingen 20 eller 21? (2p)

7. Visa att för en exponentialfördelad variabel är väntevärdet större än medianen. (3p)

LYCKA TILL!