Tentamen i Matematisk Statistik, 5p

Distanskurs
20 december, 2006 kl. 14.00–18.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Miniräknare samt formelsamling som medföljer tentamenstexten. **Kursansvarig**: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Antag att X är exponentialfördelad med parameter λ och att $Y = 2X$.
   Visa att Y är exponentialfördelad med parameter $\lambda/2$. (3p)

2. Ange μ sådant att $P(X < 5) = 0.6$ om $X \in N(\mu, 0.2)$. (3p)

3. Antag att X har frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{27}\,x^2(x+1) & -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

   Beräkna $E(1/X)$. (3p)

4. Antalet jordskalv under ett år i ett område anses vara Poissonfördelat med parameter $\lambda = 0.1$, dvs om X_1 är "antalet jordskalv under ett år" och X_2 är "antalet jordskalv under ett annat år" är $X_1 \in Po(0.1)$, $X_2 \in Po(0.1)$ och X_1 oberoende av X_2. Dessutom gäller att om $X_1 \in Po(\lambda_1)$ och $X_2 \in Po(\lambda_2)$ så är $X_1 + X_2 \in Po(\lambda_1 + \lambda_2)$.
   a) Hur stor är risken för exakt 2 jordskalv under ett år? (1p)
   b) Hur stor är sannolikheten för ett jordskalvsfritt decennium? (2p)

5. Ange ett symmetriskt 90% konfidensintervall för väntevärdet μ med hjälp av observationerna 2, 3 och 7 då $X \in N(\mu, 3)$. (3p)

6. Ett elektronikföretag "Snabbt som blixten" köper komponenter av en underleverantör som garanterar att komponenterna i genomsnitt ska tåla strömmar på upp till 50 mA vid en viss spänning. Underleverantören lovar återbetalning om detta motbevisas. "Snabbt som blixten" mäter överbelastningsgränsen för 100 slumpvis utvalda komponenter: $x_1, x_2, \ldots, x_{100}$ och observerar att $\sum_{i=1}^{100} x_i = 4\,277$ och att $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 240\,427$. Har "Snabbt som blixten" rätt till återbetalning eller ej? Gör ett test på 1% signifikansnivå. (3p)

7. För att fördriva tiden medan hon uthärdar sitt celibat stickar Lysistrate en halsduk åt sin man. Varje dag stickar hon en normalfördelad längd med väntevärde 5 cm och standardavvikelse 0.5 cm. Varje natt river hon upp en normalfördelad längd med väntevärde 3 cm och standardavvikelse 1 cm. Hur stor är sannolikheten att halsduken är minst 1 m lång den morgon hon har uthärdat celibatet efter 2 månader, dvs efter 61 dygn? (Lämpliga oberoende-antaganden får göras.) (4p)

8. De tre små grisarna ska bygga ett hus och väljer mellan halmhus, trähus och tegelhus. Den betingade sannolikheten att den stora stygga vargen blåser ned huset är

0.08	givet att det är ett halmhus
0.05	givet att det är ett trähus
0.01	givet att det är ett tegelhus

Vidare är sannolikheten att grisarna bygger

ett halmhus	0.1
ett trähus	0.2
ett tegelhus	0.7

Antag nu att vargen en dag, efter att grisarna byggt sitt hus, kommer hem och har fångat grisarna. Vad skulle *isåfall* sannolikheten vara att de byggt ett tegelhus? (4p)

9. Man vill göra n observationer av en stokastisk variabel med det okända väntevärdet μ och den kända standardavvikelsen 3. Man vill därefter pröva hypotesen att $H_0 : \mu = 0$ med ett enkelsidigt test av typen "förkasta H_0 om $\bar{x} > 1$". Hur liten signifikansnivå kan man ha om man gör 36 observationer? (4p)

LYCKA TILL OCH GOD JUL!