

# TENTAMEN I INTRODUKTIONSKURS I MATEMATIK, 7.5 HP

Distanskurs

28 oktober, 2011, kl. 15.30–19.30

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

**Kursansvarig:** Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på

internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-30, Distanskurs → Delkurs

1: Introduktionskurs i matematik

1. Formulera och bevisa aritmetikens fundamentalsats. (3p)

2. Formulera och bevisa satsen om sambandet mellan polynom och konjugerade nollställen. (3p)

3. Lös fullständigt ekvationen  $12x^4 - 5x^3 - 14x^2 + 5x + 2 = 0$ . (3p)

4. Bevisa att

$$\sum_{k=1}^{100} \frac{3^k}{2^{2k+1}} < \frac{1}{6} \quad (3p)$$

5. Golf företaget *Swing it magistern* ska skicka ett hop-plock av kartonger med golfbollar, golfpeggar och golfhandskar i lådor som är 1 m höga. Alla småkartonger är lika breda och djupa men golfbollskartongerna är 7 cm höga, golfpeggskartongerna 3 cm höga och golfhandskekartongerna är 2 cm höga. På vilka sätt kan man förpacka en blandning av de tre så att de fyller hela lådan och så att det finns dubbelt så många golfpeggskartonger som golfhandskekartonger? (3p)

6. Lös fullständigt ekvationen  $z^2 - (1 + i)z + 5i = 0$ . (4p)

7. För vilka  $x \in \mathbb{R}^+$  är  $2(\ln x)^3 + 2 \ln(x^2) = \ln x + 7(\ln x)^2$ ? (3p)

8. Bevisa att

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq \frac{2n}{n+1}$$

för alla  $n = 1, 2, 3 \dots$  (4p)

9. Bevisa att

$$(x + y)^p \equiv x^p + y^p \pmod{p}$$

för alla  $x, y \in \mathbb{Z}^+$  och primtal  $p$ . (4p)

*LYCKA TILL!*