

Inlämningsuppgift 2

Kursansvarig: Eric Järpe.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas.

Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Helt korrekt löst inlämningsuppgift ger 1 bonuspoäng till tentan.

För senaste inlämningsdag, se kurshemsidan.

Namn: _____ Adress: _____

1. Antag att X är en diskret stokastisk variabel med utfallstrum $\Omega \subseteq \mathbb{Z}$, sannolikhetsfunction $p : \Omega \rightarrow [0, 1]$ och fördelningsfunction $F : \Omega \rightarrow [0, 1]$. Visa¹ att

(a) $p(i) = F(i) - F(i - 1)$ för alla $i, i - 1 \in \Omega$.

(b) F är icke-avtagande.

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ och $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$.

Lösning:

¹I matematikövningar skall "visa" alltid tolkas som "bevisa"!

2. Antag att antalet meteoror som nedfaller i Sverige under ett år är Poissonfördelat med parameter 7. Beräkna sannolikheten att det under
- (a) ett år nedfaller som mest 5 meteoror.
 - (b) tre år nedfaller mellan 10 och 15 meteoror².

Lösning:

²Tips: om $X \in Poi(\lambda_1)$, $Y \in Poi(\lambda_2)$ och $X \perp Y$ så är $X+Y \in Poi(\lambda_1 + \lambda_2)$.

3. Du spelar roulette. Detta går till så att ett roulettehjul med numren $1, 2, 3, \dots, 36$ samt 0 och 00 snurras och du kan satsa på ett av numren $1, 2, 3, \dots, 36$ men inte 0 eller 00 . Då en kula släpps ned hamnar den helt slumpmässigt vid ett av numren. Om kulan hamnar vid det nummer du satsat på vinner du 35 gånger insatsen, medan om kulan hamnar vid ett annat nummer förlorar du insatsen³.



- (a) Hur många gånger måste du i genomsnitt spela för att få en vinst, dvs hur stort är det förväntade antalet spelomgångar tills du vinner?
- (b) Hur stor blir den förväntade vinsten per spelomgång?

Lösning:

³Detta är internationella regler. Vid svenska regler får man bara 30 gånger insatsen när man vinner.

4. Antag att tiden i minuter det tar expiditerna på en bank att betjäna en kund är exponentialfördelad med parameter λ .
- (a) Bestäm λ om det är 50% sannolikhet att en expidit betjänar en kund på mindre än 3 minuter.
 - (b) Två expiditer får samtidigt varsin kund och de tävlar om vem som hinner bli klar snabbast. Vad blir den förväntade vinnartiden (om man antar att betjäningstidernas fördelning inte ändras och de två expiditernas tider är oberoende av varandra)?

Lösning:

5. Låt $X \in N(2, \sigma^2)$. Bestäm variansen σ^2 om $P(2X > 2) = 2P(X < 1)$.

Lösning: