TENTAMEN, 7.5 poäng
ET4001: Signaler och System

2011-08-19

Ansvarig lärare

Ulf Holmberg (tel 167142)

Tillåtna hjälpmedel

Miniräknare. Formelsamling finns inkluderad i tentan.

Tid

4 timmar

Poängberäkning och betygsättning

Tentamen omfattar totalt 16 poäng. För betyg 3, 4 och 5 krävs 7, 10, respektive 13 poäng.

Observera

Skriv tydliga lösningar samt skriv ditt **namn på alla papper** du lämnar in.

LYCKA TILL!

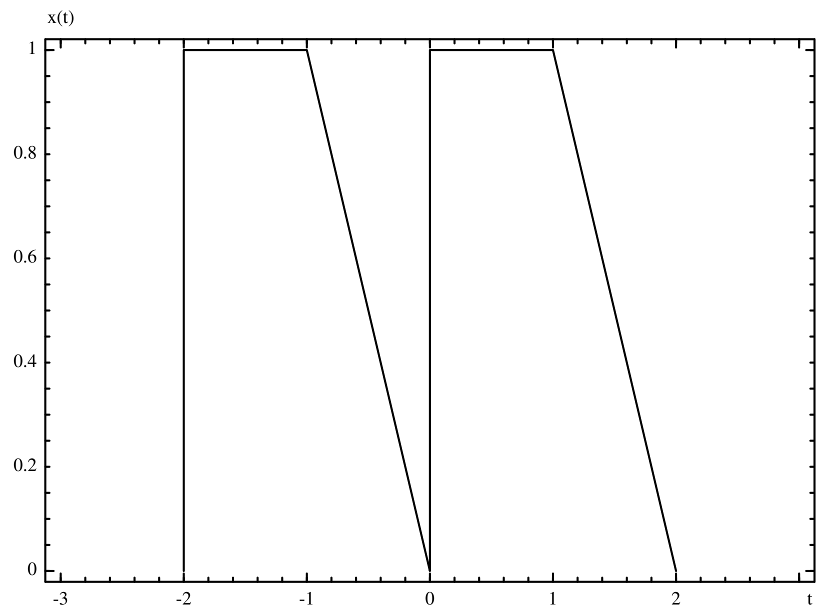
1. Uttryck $\sin(2t - \pi/4) + 2\cos(2t - \pi/3)$ som $A\cos(\omega t + \theta)$. (2p)

2. Ett linjärt tidsinvariant tidskontinuerligt system har insignalen $x(t)$ och utsignalen $y(t)$. Om $x(t) = u(t)$ (enhetssteg) blir $y(t) = 2(1 - e^{-t})u(t)$.

   a) Bestäm överföringsfunktionen. (1p)

   b) Bestäm $y(t)$ om $x(t) = \cos(t)$. (1p)

3. En signal $x(t)$ är given enligt figure nedan.



   Skissa den transformerade signalen $y(t) = x(1 - 2t)$. (2p)

4. Ett system med insignal x och utsignal y beskrivs av differentialekvationen

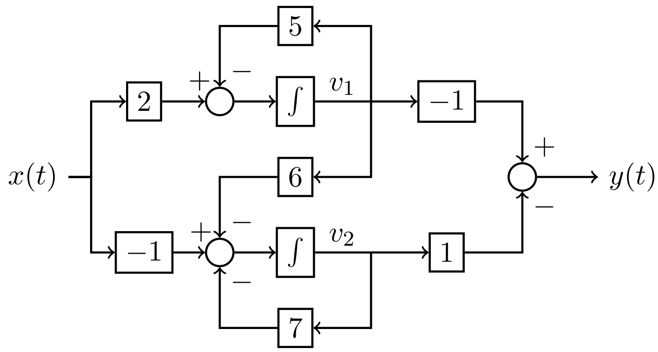
$$\frac{dy}{dt} + 4y = \frac{1}{2}x$$

   a) Bestäm överföringsfunktionen $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ och stegsvar. (2p)

   b) Approximera differentialekvationen med en differensekvation genom transformationen $s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$, där $T = 0.1$ är samplingsperioden. Beräkna därefter de 6 första samplen i stegsvaret hos det diskretiserade systemet $y[n]$, $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ och jämför med motsvarande exakta stegsvar i **a)** $y(t)$, $t = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$. (2p)

   c) Ge ett generellt uttryck för stegsvaret $y[n]$ som gäller för alla n. (2p)

5. Nedanstående blockschema har insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$.



a) Inför tillståndsvektorn $v = [\ v_1 \quad v_2\ ]^T$ där v_1 och v_2 är signalerna efter integratorerna enligt figuren och skriv systemet på matrisform med matriserna A, B, C enligt

$$\dot{v} = Av + Bx$$
$$y = Cv$$

b) Beräkna överföringsfunktionen från X till Y.

c) Beräkna stationära förstärkningen.

d) Bestäm begynnelsederivatan $\frac{dy(0^+)}{dt}$ då insignalen är ett enhetssteg $x(t) = u(t)$.

(4p)

Laplacetransform	Tidsfunktion
$F(s)$	$f(t), t > 0$
$F(s+a)$	$e^{-at}f(t)$
$e^{-as}F(s)$	$f(t-a), \quad t-a > 0$
$sF(s) - f(0)$	$\frac{df(t)}{dt}$
$s^2F(s) - [sf(0) + \frac{df(0)}{dt}]$	$\frac{d^2f(t)}{dt^2}$
$s^nF(s) - \sum_{k=1}^{n} s^{n-k}f^{(k-1)}(0)$	$\frac{d^nf(t)}{dt^n}$
$\frac{1}{s}F(s)$	$\int_0^t f(\tau)d\tau$
$X(s)V(s)$	$x(t) * v(t)$
$\lim_{s\to 0} sF(s)$	$\lim_{t\to\infty} f(t)$
$\lim_{s\to\infty} sF(s)$	$\lim_{t\to 0^+} f(t)$
$\frac{1}{s}$	1
$\frac{1}{s^2}$	t
$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$
$\frac{1}{s^{n+1}}$	$\frac{t^n}{n!}$
$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$t \cdot e^{-at}$
$\frac{1}{s(1+as)}$	$1 - e^{-\frac{t}{a}}$
$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{e^{-bt} - e^{-at}}{a-b}$
$\frac{a}{s^2+a^2}$	$\sin at$
$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos at$
$\frac{a}{(s+b)^2+a^2}$	$e^{-bt}\sin at$
$\frac{s+b}{(s+b)^2+a^2}$	$e^{-bt}\cos at$

Z-transform	Tidsfunktion
$F(z)$	$f[n], n = 0, 1, \ldots$
$z^{-q}F(z)$	$f[n-q]u[n-q]$
$z^{-1}F(z) + f[-1]$	$f[n-1]$
$z^{-q}F(z) + \sum_{k=0}^{q-1} z^{-k}f[-q+k]$	$f[n-q]$
$zF(z) - f[0]z$	$f[n+1]$
$z^qF(z) - \sum_{k=0}^{q-1} f[k]z^{q-k}$	$f[n+q]$
$\frac{z}{z-1}F(z)$	$\sum_{k=0}^{n} f[k]$
$X(z)V(z)$	$x[n] * v[n]$
$\lim_{z\to 1}(z-1)F(z)$	$\lim_{n\to\infty} f[n]$
$\lim_{z\to\infty} F(z)$	$f[0]$
$\lim_{z\to\infty} z^qF(z) - \sum_{k=0}^{q-1} f[k]z^{q-k}$	$f[q]$
$\frac{z}{z-1}$	$u[n]$
$\frac{z}{z-a}$	$a^nu[n]$
$\frac{z}{(z-1)^2}$	$nu[n]$
$\frac{z^2}{(z-1)^2}$	$(n+1)u[n]$
$\frac{z^2-(\cos\Omega)z}{z^2-(2\cos\Omega)z+1}$	$(\cos\Omega n)u[n]$
$\frac{(\sin\Omega)z}{z^2-(2\cos\Omega)z+1}$	$(\sin\Omega n)u[n]$
$\frac{z^2-(a\cos\Omega)z}{z^2-(2a\cos\Omega)z+a^2}$	$a^n(\cos\Omega n)u[n]$
$\frac{(a\sin\Omega)z}{z^2-(2a\cos\Omega)z+a^2}$	$a^n(\sin\Omega n)u[n]$