# Svar: Signaler och System 2011-08-19

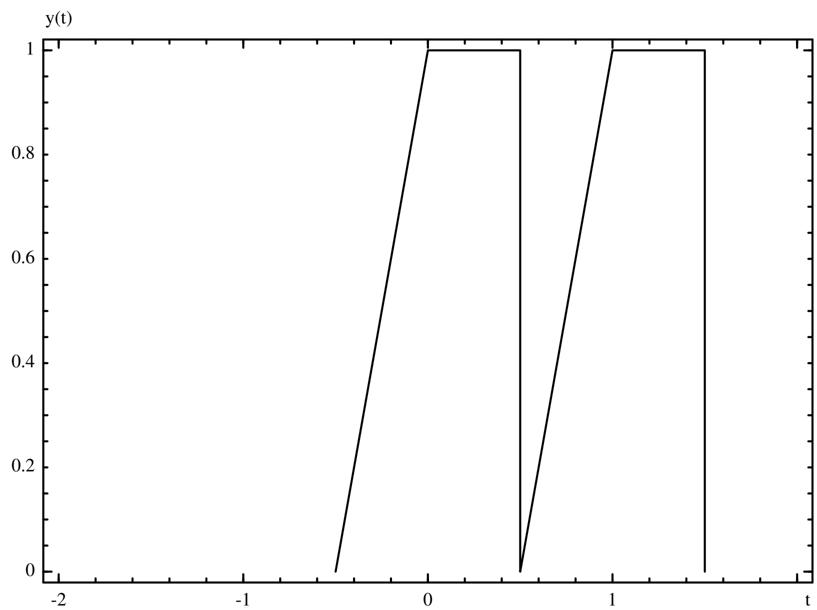
1. Uttryck som summa av cosinus-funktioner

$$x(t) = \sin(2t - \pi/4) + 2\cos(2t - \pi/3) = \; = \cos(2t - \pi/4 - \pi/2) + 2\cos(2t - \pi/3)$$

   Phasor = $e^{-j(\pi/2+\pi/4)} + 2e^{-j\pi/3}$, $A = |Phasor| = 2.46$, $\theta = \angle Phasor = -1.45$, vilket ger $x(t) = 2.46\cos(2t - 1.45)$.

2. **a)** Från stegsvaret ser man att polen är i -1 och stationära förstärkningen 2, alltså $G(s) = 2/(s+1)$.
   **b)** Frekvenssvar $|G(i\omega)| = 2/\sqrt{1+\omega^2}$, $\angle G(i\omega) = -\arctan\omega$, $|G(i)| = 2/\sqrt{2} = \sqrt{2}$, $\angle G(i) = -\arctan(1) = -\pi/4$. Alltså, $y(t) = \sqrt{2}\cos(t - \pi/4)$.

3. $y(t) = x(1-2t) = x(-2(t-1/2))$ spegling, tidsskalning (ihoptryckning) och translation åt höger.




4. **a)** Överföringsfunktionen är $H(s) = \frac{1/2}{s+4}$ och stegsvaret blir

$$\begin{aligned} Y &= H\tfrac{1}{s} = \tfrac{1}{8}\left(\tfrac{1}{s} - \tfrac{1}{s+4}\right) \\ y(t) &= \mathcal{L}^{-1}Y = \tfrac{1}{8}(1 - e^{-4t}) \end{aligned}$$

   **b)** Efter substitutionen erhålles

$$H(z) = K\frac{z+1}{z+a} \qquad \begin{cases} K = \frac{T}{4(1+2T)} = \frac{1}{48} \\ a = \frac{2T-1}{2T+1} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

   Skrivet på differensekvationsfrom blir detta

$$y[n] + ay[n-1] = K(x[n] + x[n-1])$$

   Stegsvaret för det exakta och det approximativa (diskreta) systemet är

| n | y(nT) | y[n] |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.021 |
| 1 | 0.041 | 0.056 |
| 2 | 0.069 | 0.079 |
| 3 | 0.087 | 0.094 |
| 4 | 0.100 | 0.104 |
| 5 | 0.108 | 0.111 |

**c)** Stegsvaret är

$$Y = HX = K\frac{z+1}{z+a}\frac{z}{z-1} = M\frac{z}{z+a} + N\frac{z}{z-1}, \qquad \begin{array}{l} N = \frac{2K}{1+a} = \frac{1}{8} \\ M = K - N = -\frac{1}{8}\frac{5}{6} \end{array}$$

vilket efter inverstransformering ger

$$y[n] = N + M(-a)^n = \frac{1}{8}(1 - \frac{5}{6}(\frac{2}{3})^n), \quad n \geq 0$$

5. **a)** Vid summationerna före integratorerna är

$$\begin{array}{l} sV_1 = -5V_1 + 2X \\ sV_2 = -6V_1 - 7V_2 - X \\ Y = -V_1 + V_2 \end{array}$$

I matrisform

$$\begin{array}{ll} sV = AV + BX & A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \\ Y = CV & B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}^T \\ & C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

**b)** Överföringsfunktion från X till Y

$$H(s) = C(sI - A)^-1B = \frac{-3s - 31}{s^2 + 12s + 35}$$

**c)** Stationära förstärkningen är $H(0) = -31/35 = 0.89$.
**d)** Begynnelsevärdessatsen

$$\begin{array}{l} y(0) = \lim_{s\to\infty} sY = \lim_{s\to\infty} sH(s)\frac{1}{s} = H(\infty) = 0 \\ \dot{y}(0) = \lim_{s\to\infty} s(sY - y(0)) = \lim_{s\to\infty} sH(s) = -3 \end{array}$$