

TENTAMEN I LINJÄR ALGEBRA, 7.5P

Distanskurs

21 augusti, 2010 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0702-822 844, 035-16 76 53.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Varje lösning ska börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://dixon.hh.se/erja/teach> → Matematik 1-30 → Delkurs 2: Linjär algebra.

Om inget annat påpekas får du förutsätta att koordinatsystemet är ortonormerat (ON).

1. Antag att $F : K \rightarrow M$ och $G : M \rightarrow N$ är linjära avbildningar med avbildningsmatriser A respektive B . Bevisa att avbildningen $G \circ F$ har avbildningsmatrisen AB . (4p)

2. För vilka värden på a har ekvationssystemet

$$\begin{cases} ax + y - z = 1 \\ x - ay + z = 1 \\ x - y + z = a \end{cases}$$

entydig lösning och vad är den? (3p)

3. Bilda en ON-bas $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ där \mathbf{e}_1 är parallell med vektorn $(1, 1, 1)$ och \mathbf{e}_2 ligger i xy -planet. (3p)

4. Antag att A och B är kvadratiske matriser som satisfierar sambandet $AB = -BA$. Utveckla uttrycket $(A + B)^2$ och förenkla det så långt som möjligt. (3p)

5. En bordsyta ligger i planet $x + y + z = 1$. Ovanför bordet går spindeln Charlotte på en tråd längs linjen $2x = 3y = z$. I punkten $(-1, -3, 5)$ på bordet ligger en sockerbit och på den sitter flugan Edgar. Hur lång tråd måste Charlotte spinna, vinkelrätt mot bordsytan, för att komma ned och äta upp Edgar? (3p)

6. En tetraeder har hörn i punkterna $(2, 0, 0)$, $(-1, \sqrt{3}, 0)$, $(-1, -\sqrt{3}, 0)$ och $(0, 0, 2\sqrt{2})$. Beräkna dess mantelarea. (4p)

7. Gentlemannatjuven Steve Sleve ska stjäla drottningens juvelsmycke. Det bevakas dock av två laserstrålar längs linjerna $\ell_1 : 1 + x = 2 - y = 3z$ och $\ell_2 : -x = 2y = 3 + z$ där enheten är meter. Steve använder sin radiostyrda punktformade svävare för att knycka juvelen men det kan inte hjälpas att den måste färdas mellan laserstrålarna. Vad är det minsta avstånd som Steve kan vara säker på att kunna hålla till laserstrålarna? (3p)

8. Låt

$$M = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & 14 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Beräkna (a) egenvärdena för M (3p) (b) M^{12} (4p)

LYCKA TILL!