

## Övning 4- Fouriertransform

Samband DTFT-DFT, effekt av trunkering, extrahera dominant sinus, faltning med FFT.

### 1.

En signal är definierad enligt:

$$x[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 2 & 0 \leq n \leq 4 \\ -2 & 5 \leq n \leq 7 \\ 0 & n \geq 8 \end{cases}$$

Med hjälp av Matlab

**a)** Beräkna den tidsdiskreta Fouriertransformen (DTFT), definierad av

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} \text{ och rita upp magnitud-spektrat som funktion av } \Omega \in [0, 2\pi].$$

**b)** Beräkna den diskreta Fouriertransformen (DFT), definierad av

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N} \text{ och rita upp magnitud-spektrat som funktion av } \Omega_k = 2\pi k/N.$$

Använd N-punkters FFT för N=10 och N=20.

Jämför med **a**).

### 2.

För att avgöra effekten av trunkering av en signal när DTFT approximeras av DFT ska följande signal studeras:  $x[n] = 0.8^n u[n]$ .

**a)** Beräkna analytiskt  $X(\Omega)$  (DTFT) och rita upp magnitud- och fas-spektrat för  $\Omega \in [0, 2\pi]$ .

**b)** Bestäm det minsta värde på N för vilket  $x[n] \leq 30\%$  av sitt max-värde.

Bilda sedan en trunkerad signal enligt:

$$\tilde{x}[n] = \begin{cases} x[n] & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Beräkna med Matlab en 50-punkters DFT för den trunkerade signalen och rita upp magnitud- och fas-spektrat för  $\Omega_k = 2\pi k/50$ ;  $k=0, 1, 2, \dots, 49$ .

**c)** Som b) men bestäm N så att  $x[n] \leq 5\%$  av max-värdet.

Jämför **b)** och **c)** med **a)**.

### 3.

Ladda ner från kursens hemsida *sunspots.m* som innehåller solfläcksdata från år 1750 och fram till nu, månad för månad.

Då *sunspots.m* exekveras genereras en variabel *ssd* av storlek 3142x2 som innehåller tidsinformation i kolumn 1 och antal solfläckar i kolumn 2.

Extrahera data som sträcker sig från och med januari 1875 till och med december 1907 genom att bilda signalen  $x = \text{ssd}(1513:1908,2)'$  som är en radvektor med längden 396.

Med hjälp av Matlab

**a)** Beräkna spektrat  $X_k$ ,  $k=0, 1, 2, \dots, N-1$  med kommandot *fft*.

Rita amplitudspektrat och försök hitta  $k^*$  för den dominerande frekvensen  $\Omega_k^* = 2\pi k^* / N$ .

Vad blir periodtiden uttryckt i år?

**b)** Approximera originalsignalen  $x$  med dess medelvärde och den dominerande frekvensen. Tips: använd  $X_0$  och  $X_{k^*}$  vid approximationen.

### 4.

Ett system beskrivs med differensekvationen:

$$y[n] - 0.8y[n-1] = 0.2x[n-1]$$

Med Matlab:

**a)** Beräkna och rita impuls-svaret  $h[n]$  för  $n=0, 1, 2, \dots, N-1$  där  $N=20$ .

Tips: använd kommandot *filter*.

**b)** Låt insignalen vara en puls  $x[n]=u[n]-u[n-10]$  för  $n=0, 1, 2, \dots, 31$ .

Använd differensekvationen (dvs. *filter*) för att bestämma utsignalen  $y[n]$ .

**c)** Beräkna  $y[n]$  med hjälp av faltning (dvs. *conv*) då impuls-svaret är det trunkerade i **a**).

**d)** Beräkna  $y[n]$  med L-punkters FFT för  $L=32$ .

**e)** Trunkera ytterligare impuls-svaret i **a)** till  $N=15$ .

Hur påverkar det resultaten i **c)** och **d)**?