LÖSNINGSFÖRSLAG TENTAMEN I REGLERTEKNIK 110316

1. Se kursbok!

2.

Avläs $t_{1/3} = 1{,}3$ sek och $t_{2/3} = 2{,}2$ sek

ur stegsvar:

LF-förstärkning

$$Q = \frac{t_{2/3}}{t_{1/3}} = \frac{2{,}2}{1{,}3} \approx 1{,}7 \qquad K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{0{,}8}{4} = 0{,}2$$

(M h a F.S. sid 6 och Diagram 1 & 2)

gradtal blir $n = 3$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} P = 1{,}14 \\ a = 0{,}8 \end{cases}$

$$G_p(s) = \frac{K}{(1+Ts)(1+aTs)(1+a^2Ts)}$$

$$T = \frac{t_{2/3}}{P(1+a+a^2)} = \frac{2{,}2}{1{,}14(1+0{,}8+0{,}8^2)} = 0{,}79$$

$$G_p(s) = \frac{0{,}2}{(1+0{,}79s)(1+0{,}63s)(1+0{,}51s)} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$= \frac{0{,}2}{(1+1{,}42s+0{,}5s^2)(1+0{,}51s)} = \frac{0{,}2}{(1+1{,}93s+1{,}22s^2+0{,}25s^3)}$$

$$\left[\, 0{,}2u(t) = y(t) + 1{,}93y'(t) + 1{,}22y''(t) + 0{,}25y'''(t) \,\right]$$

$\underline{\underline{3.}}$

$$G_p(s) = \frac{4}{s(1+10s)}$$

$$\downarrow$$

$$H_p(z) = 4\cdot 10\left\{\frac{\left(e^{-1/10} - 1 + 1/10\right)z^{-1} + \left(1 - e^{-1/10}(1+1/10)\right)z^{-2}}{1 - (1+e^{-1/10})z^{-1} + e^{-1/10}z^{-2}}\right\}$$

$$= \frac{0{,}193\,z^{-1} + 0{,}187\,z^{-2}}{1 - 1{,}905z^{-1} + 0{,}905z^{-2}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

grad (B) = 2
grad (A) = 2 $\Rightarrow \begin{cases} \text{grad } C = 1 \\ \text{grad } D = 1 \end{cases}$ grad P = 3

$C(z) = 1 + c_1 z^{-1}$ $D(z) = d_0 + d_1 z^{-1}$. $P(z) = (1 - 0{,}4z^{-1})\cdot \underset{\text{origo}}{1}\cdot \underset{}{1}$

Ur Polynomidentiteten fås bestämning av koeff.

$$\boxed{P(z) = AC + BD}$$

$$1 - 0{,}4z^{-1} = (1 - 1{,}905z^{-1} + 0{,}905z^{-2})\cdot(1 + c_1z^{-1}) + (0{,}193z^{-1} + 0{,}187z^{-2})\cdot(d_0 + d_1z^{-1})$$

Identifiering:

$$\begin{cases} z^{-0}: & 1 = 1 \\ z^{-1} & -0{,}4 = -1{,}905 + c_1 + 0{,}193d_0 \\ z^{-2}: & 0 = 0{,}905 - 1{,}905c_1 + 0{,}187d_0 + 0{,}193d_1 \\ z^{-3}: & 0 = 0{,}905c_1 + 0{,}187d_1 \end{cases}$$

$c_1 \approx 0{,}62$
$d_0 = 4{,}58$
$d_1 = -3{,}00$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{0{,}6}{0{,}193 + 0{,}187} \approx 1{,}58$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r\cdot B(z)}{P(z)} \qquad U(z) = \frac{1}{C(z)}\cdot\left(K_r\cdot R(z) - Y(z)\cdot D(z)\right)$$

$$\frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{BC(z)}{P(z)}$$

3 forts

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = 1{,}58 \cdot \frac{(0{,}193 z^{-1} + 0{,}187 z^{-2})}{(1-0{,}4 z^{-1})} = \frac{0{,}3 z^{-1} + 0{,}3 z^{-2}}{1-0{,}4 z^{-1}}$$

a)

k	y[k] =	0,4 y[k-1] +	0,3 r[k-1] +	0,3 r[k-2]
0	0	0	0	0
1	0,3	0	0,3	0
2	0,72	0,12	0.3	0,3
3	0.888	0,288	0.3	0.3
4	0,955	0,3552	0.3	0,3
5	0,982	0,382	0.3	0,3
6	0,993	0,393	0.3	0,3
7	0,997	0,397	0.3	0,3

b)

$$U(z)(1+0{,}62 z^{-1}) = 1{,}58 \cdot R(z) - Y(z)(4{,}58 - 3 z^{-1})$$

k	u[k] =	−0,62 u[k-1] +	1,58 · r[k]	− y[k]·4,58 +	3 y[k-1]
0	1,58	0	1,58	0	0
1	−0,77	−0,98	1,58	−1,374	0
2	−0,32	+0,50	1,58	−3,30	0,9
3	−0,13	+0,20	1,58	−4,07	2,16
4	−0.05	+0,08	1,58	−4,37	2,66
5	−0.02	+0.03	1,58	−4,50	2,87
6	−0.01	+0.01	1,58	−4,55	2,95
7	0	+0.01	1,58	−4,57	2,98

c)

$$\frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{(0{,}193 z^{-1} + 0{,}187 z^{-2}) \cdot (1+0{,}62 z^{-1})}{1-0{,}4 z^{-1}}$$

$$\frac{Y(1)}{V(1)} = 1{,}026$$

$e_{ss} = -1{,}026$ enheter fel vid stegsförning!

4.

a)

$K_{LF} \approx 10\,dB = 3{,}2$ ggr , 3:e ordningens system eftersom faskurvan går från $0° \rightarrow -270°$

$$G_p(s) = \frac{3{,}2}{\left(1+\frac{s}{\omega_{b1}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{b2}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{b3}}\right)}$$

$\omega_{b1} \approx 0{,}2$ rad/sek. Hittar 3st asymptoter med $-m \cdot 20\,dB/dek$

$\omega_{b2} \approx 10$

$\omega_{b3} = 200$

b) Antag att det är kretsöverföringen som är ritad i Bodediagrammet. $(K=1)$

$\arg\{GH\} = -180°$ vid $\omega_\pi = 20$ rad/s

$|GH(j\omega_\pi)| = -40\,dB$ $\left(\frac{1}{100}\text{ ggr}\right)$

$$A_m = \frac{1}{|GH(j\omega_\pi)|} = 100 \text{ ggr}$$

I vårt fall är $K=5 \Rightarrow A_m = 20$ ggr
(grafisk avläsning)

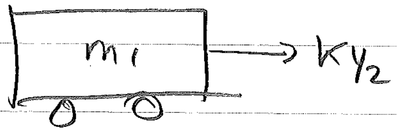
$\varphi_m \approx 100°$ avläsningen blir inte speciellt noggrann ur vårt diagram!

c) Vi har ingen integrator i systemet så att kvarstående fel efter ett börvärdessteg : $e_{ss} = \frac{1}{K_{LF}+1} = \frac{1}{5 \cdot 3{,}2+1} \approx 0{,}06$ enheter

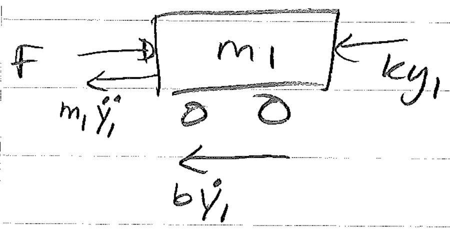
Sökt: $\frac{Y_2(s)}{F(s)} = ?$

5. Ställ upp ekvation för en massa i taget. Dela upp fallen!

(I) Massa m_1 fix, m_2 rör sig åt höger



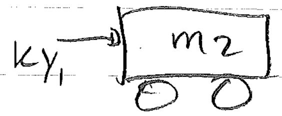
(II) Massa ~~m~~ m_1 rör sig åt höger, m_2 är fix.



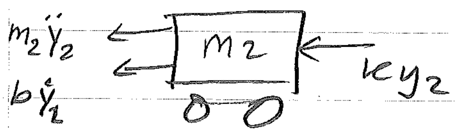
Summera alla krafter: $F + ky_2 = m_1\ddot{y}_1 + b\dot{y}_1 + ky_1$ (1)

Laplacetransformera: $F(s) + k \cdot Y_2(s) = Y_1(s)(s^2m_1 + bs + k)$

(I) massa m_2 fix, m_1 rör sig åt höger



(II) massa m_1 fix, m_2 rör sig åt höger



Summera: $m_2\ddot{y}_2 + b\dot{y}_2 + ky_2 = ky_1$ (2)

Laplacetransformera: $Y_2(s)(m_2s^2 + bs + k) = k \cdot Y_1(s)$

Substituera bort $Y_1(s)$!

$$\frac{F(s) + k \cdot Y_2(s)}{(s^2m_1 + bs + k)} = Y_2(s)\frac{(m_2s^2 + bs + k)}{k} \quad (3)$$

forts. 5

$$\frac{F(s)}{(s^2m_1+bs+k)} = Y_2(s)\left(\frac{m_2s^2+bs+k}{k} - \frac{k}{s^2m_1+bs+k}\right)$$

$$\frac{F(s)}{s^2m_1+bs+k} = Y_2(s)\left(\frac{(m_2s^2+bs+k)(s^2m_1+bs+k)-k^2}{k(s^2m_1+bs+k)}\right)$$

$$\frac{Y_2(s)}{F(s)} = \frac{k}{(m_2s^2+bs+k)(m_1s^2+bs+k)-k^2}$$

Kritiskt dämpat om ($\zeta = 0$) $\quad G(s) = \dfrac{K\cdot\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$

Vi kommer närmare detta om
till friktionen försvinner!

6. Karakt. ekv: $1 + K\cdot\dfrac{0{,}1}{60s^3+32s^2+s} = 0$

a)

$$60s^3+32s^2+s+0{,}1K = 0$$

Routh-Hurwitz

s^3	60	1
s^2	32	0,1K
s^1	6K−32	0
s^0	0,1K	

stabilt om

$0 < K < \frac{32}{6}$

~~Routh-Hurwitz~~

s^3	60	1
s^2	32	−0,1K
s^1	32+6K	0
s^0	−0,1K	

b)

$$1 - \frac{K\cdot 0{,}1}{60s^3+32s^2+s} = 0$$

$$60s^3+32s^2+s-0{,}1K = 0$$

stabilt om
$K<0$ och $K>-\frac{32}{6}$

6 c) För alla K-värden som ger ett stabilt reglersystem får vi att $e_{ss}=0$ vid ett börvärdessteg.

d) $G_{PI}(s) = K\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = K\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right)$

Karakt. ekv: $1+G_{PI}\cdot G_p(s)=0$

$$1+\frac{(T_i s+1)}{T_i s}\cdot\frac{0{,}1}{(60s^3+32s^2+s)}=0$$

$$60T_i s^4+32T_i s^3+T_i s^2+0{,}1T_i s+0{,}1=0$$

Routh-Hurwitz

$$\begin{array}{c|ccc}
s^4 & 60T_i & T_i & 0{,}1 \\
s^3 & 32T_i & 0{,}1T_i & 0 \\
s^2 & \frac{32T_i^2-6T_i^2}{32T_i} & 0{,}1 & 0 \\
s^1 & c_0 & 0 & \\
s^0 & \frac{0{,}1\cdot\cancel{c_0}}{\cancel{c_0}} & 0 &
\end{array}$$

$\rightarrow T_i>0$

$\rightarrow T_i>0$

$\rightarrow \frac{32T_i^2-6T_i^2}{32T_i}>0$

$$c_0=\frac{\left(T_i-\frac{6}{32}T_i\right)\cdot 0{,}1T_i-3{,}2T_i}{\left(T_i-\frac{6}{32}T_i\right)}>0$$

$$c_0=T_i\left(\frac{26}{32}T_i\cdot 0{,}1-3{,}2\right)>$$

$\rightarrow T_i>39{,}4$ sek

e) Om regulatorn ger ett stabilt reglersystem för detta val på regulatorparametrar (Se ovan!) så blir $e_{ss}=0$ p g a 2 integrationer vid en börvärdesramp.

7. Jag kan inte använda någon stegsvarsmetod på systemet, då detta innehåller integration och ingen dödtid.

a) Förslag: Ziegler-Nichols självsv.metod.

Antag att P-reg = 1

$$G_p(s) = \frac{0{,}1}{s(60s^2+32s+1)}$$

$$|G_p(j\omega)| = \frac{0{,}1}{\omega\sqrt{(32\omega)^2+(1-60\omega^2)^2}}$$

$$\arg\{G_p(j\omega)\} = -90° - \arctan\left(\frac{32\omega}{1-60\omega^2}\right) - 180°$$

när $\omega > \frac{1}{\sqrt{60}}$

ω	$\lvert G_p(j\omega)\rvert$	$\lvert G_p(j\omega)\rvert_{dB}$	$\arg\{G_p(j\omega)\}$
0,01	9.6	19,6	−107,8°
0.02	4,3	12,6	−123,3°
0,05	1,1	0,8	−152°
0,1	0,3	−10,2	−173°
0,2	0,08	−22,3	−192°
0,5	0,01	−40,5	−221°
1	0.0015	−56,5	−242°

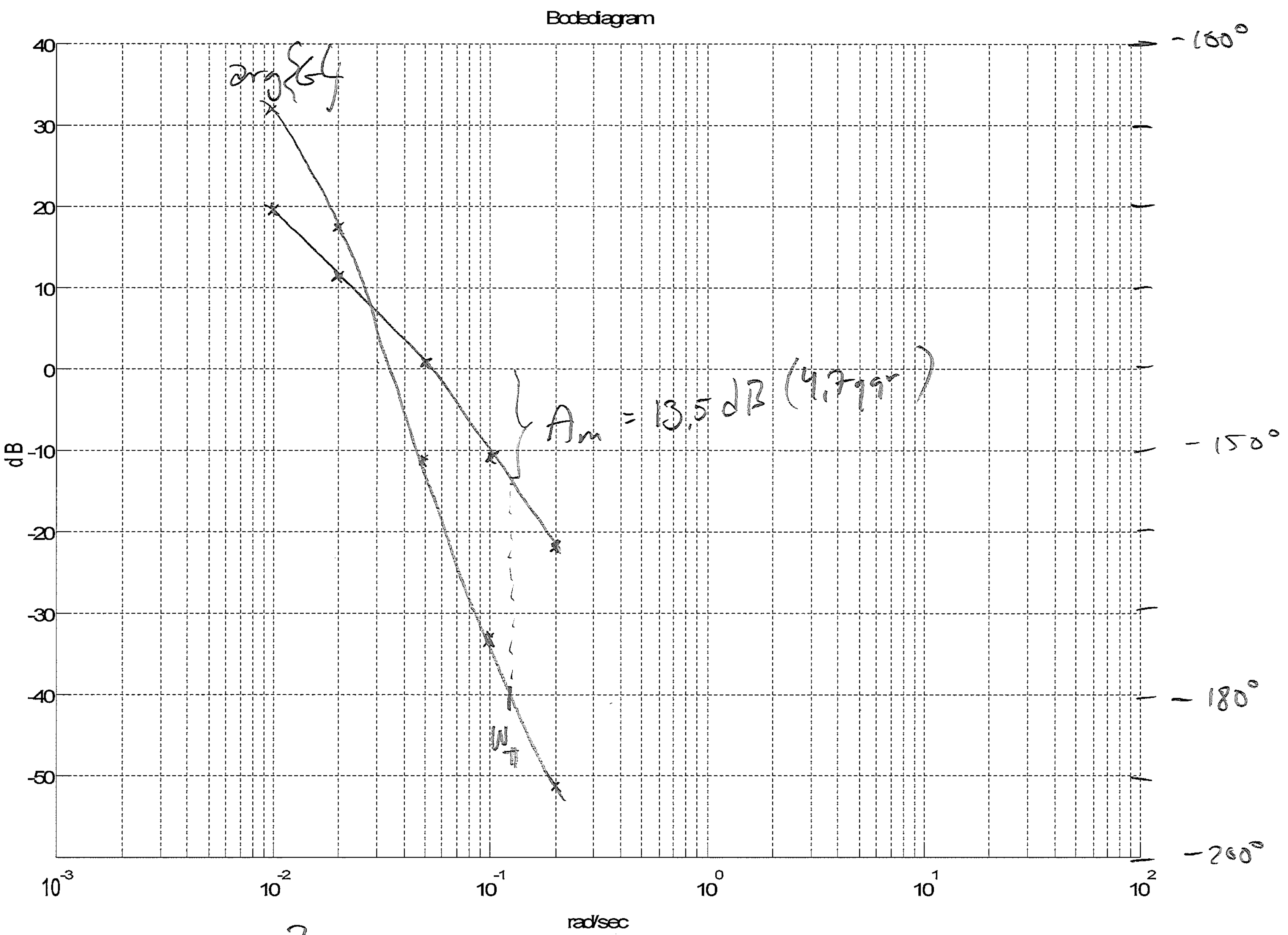
Ur Bodediagram

Självsv.frekvensen ger periodtiden $\begin{cases} T_0 = T_\pi = 48{,}3 \text{ sek} \\ K_0 \approx 4{,}7 \end{cases}$

PI-reg: $\begin{cases} K = 0.45 \cdot K_0 = 2{,}1 \\ T_i = T_0/1{,}2 = 40{,}2 \text{ sek} \end{cases}$

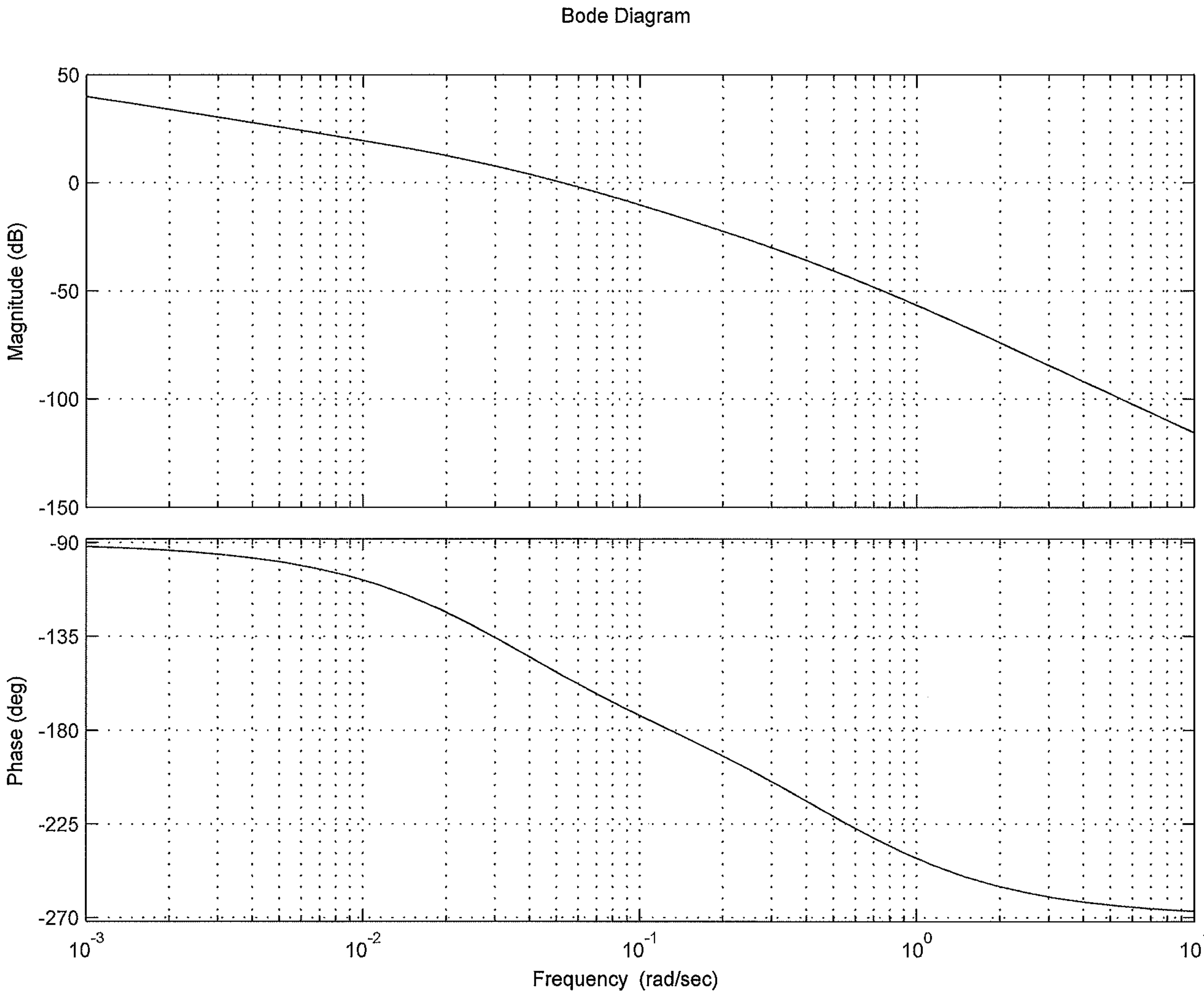
b) Se Bodediagram

7.



$$\omega_\pi = \frac{2\pi}{T_\pi} \simeq 0{,}13 \Rightarrow T_\pi = 48{,}3 \text{ sek}$$

7.
II)



Bode Diagram
50
0
-50
-100
-150
Magnitude (dB)
-90
-135
-180
-225
-270
Phase (deg)
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
Frequency (rad/sec)