

# LÖSNINGSFÖRSLAG TENTAMEN

## REGLERTEKNIK 100603

1. Se kursbok!

2.

a) Avlösning ges:  $\left\{ \begin{aligned} t_p &= 1,25 \text{ sek} = \frac{\pi}{\omega_d \sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow \omega_d \approx 3 \\ M &= \frac{0,17-0,15}{0,15} = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow \zeta = 0,545 \end{aligned} \right.$

$$K = \frac{4y}{4u} = \frac{0,15}{0,1} = 0,375$$

$$G(s) = \frac{K \cdot \omega_d^2}{s^2 + 2\zeta \omega_d s + \omega_d^2} = \frac{0,375 \cdot 9}{s^2 + 3,27s + 9}$$

b) Avlösning ges:  $t_{1/3} = 1,85 \text{ sek}$ ,  $t_{2/3} = 3,75 \text{ sek}$ ,  $Q = \frac{t_{2/3}}{t_{1/3}} = 2,06$

Ur figur 7.1:  $\zeta = 0,32$ ,  $\rho = 1,11$   $\Rightarrow T = \frac{t_{2/3}}{\rho(1+\zeta)} \approx 2,53$

$$G(s) = \frac{K}{(1+sT)(1+\rho Ts)} \approx \frac{3,5/0,7}{(1+2,53s)(1+0,81s)}$$

c) Avlösning ur A)  $t_p = 1,25 \text{ sek}$ ,  $t_{55\%} = 2 \text{ sek}$ ,  $t_r = 0,75 - 0,15 = 0,6 \text{ sek}$ ,  $M \approx \frac{0,02}{0,15} = 13,3\%$

B)  $t_p$  saknas  $M$  saknas

$$t_r = 7,5 - 0,5 \approx 7 \text{ sek}$$

$$t_{55\%} \approx 10 \text{ sek}$$

3

$$G_p(s) = \frac{4e^{-s}}{s}$$

$$h = 0,5 \text{ sek}$$

$$M_p(z) = \frac{4 \cdot 0,5 z^{-2}}{z-1}$$

Icke-integrerande  
polplaceringens regulator

$$= \frac{2 \cdot z^{-3}}{1-z^{-1}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

$$\text{grad } P = \text{grad } A + \text{grad } B - 1 = 3$$

$$P(z) = (1 - 0,2z^{-1})^2 (1 - 0z^{-1})$$

$$\text{grad } C = \text{grad } B - 1 = 2$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}$$

$$\text{grad } D = \text{grad } A - 1 = 0$$

$$D(z) = d_0$$

Polynomidentiteten:

$$P = AC + BD$$

$$1 - 0,4z^{-1} + 0,04z^{-2} = (1 - z^{-1})(1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}) + 2z^{-3} \cdot d_0$$

$$z^0: 1 = 1$$

$$z^{-1}: -0,4 = -1 + c_1 \rightarrow c_1 = 0,6$$

$$z^{-2}: 0,04 = -c_1 + c_2 \rightarrow c_2 = 0,04 + c_1 = 0,64$$

$$z^{-3}: 0 = -c_2 + 2d_0 \rightarrow d_0 = 0,32$$

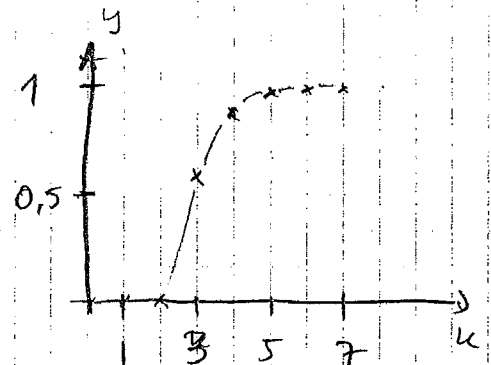
$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{0,64}{2} = 0,32$$

$$2) \frac{Y}{R} = K_r \frac{B}{P} = \frac{0,32 \cdot 2z^{-3}}{1 - 0,4z^{-1} + 0,04z^{-2}}$$

Gå över till  
differenskvation

$$y(k) = 0,4y(k-1) - 0,04y(k-2) + 0,64r(k-3)$$

0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0,64	0	0	0,64
4	0,896	0,256	0	0,64
5	0,9728	0,3584	-0,0256	0,64
6	0,9902	0,3891	-0,03891	0,64
7	0,9972	0,3961	-0,03891	0,64



3. b

$$V(z) = \frac{1}{Cz} (K_r R(z) - D(z) Y(z))$$

$$V(z) (1 + 0,6z^{-1} + 0,64z^{-2}) = 0,32 R(z) - 0,32 Y(z)$$

T<sub>25</sub> från differanskvationen!

$$u(k) = -0,6 u(k-1) - 0,64 u(k-2) + 0,32 r(k) - 0,32 y(k)$$

0	0,32	0	0	+ 0,32	- 0
1	0,128	- 0,192	0	+ 0,32	0
2	0,0384	- 0,0768	- 0,2048	0,32	0
3	0,0191	- 0,023	- 0,0819	0,32	- 0,205
4	0,0024	- 0,006	- 0,02458	0,32	- 0,287
5	0,0008	- 0,0015	- 0,0064	0,32	- 0,3113
6		- 0,00048	+ 0,0015	0,32	- 0,3168

3. c)

Det kommer att bli ett överstående fel eftersom det inte finns någon integration i systemet.

$$\frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{B/A}{1 + \frac{B}{A} \cdot D \cdot \frac{1}{C}} = \frac{BC}{P} = \frac{2z^{-3} \cdot (1 + 0,6z^{-1} + 0,64z^{-2})}{(1 - 0,2z^{-1})^2}$$

$$\frac{Y(1)}{V(1)} = \frac{2 \cdot (1 + 0,6 + 0,64)}{0,8^2} = \frac{2 \cdot 2,24}{0,64} = \frac{4,48}{0,64} = 7 \text{ enheter}$$

$$e_{ss} = -7 \text{ enheter}$$

4.

Räkna ut förstärkningen till dB med 20 log |G|. Antag att sensor = 1 och styrdonet också kan försummas.

Ur amplitudkurvan fås en talig

överföringsfunktion enligt

$$G(s) = \frac{K}{s(1+sT)}$$

LF-asymptot  $\frac{K}{s}$

där  $K = 1$  (slår frekv. axeln) vid 1 rad/s

bytt felvarv  $-10 \text{ rad/s} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 0,1 \Rightarrow G(s) = \frac{1}{s(1+0,1s)}$

Vid titt på faskurvan inses att denna funktionen inte kan ge upphov till vår faskurva. Eftersom faskurvan slår iväg  $\rightarrow \infty$  faskvridning

Lägg till en död tid.

$$G(s) = \frac{e^{-sL}}{s(1+0,1s)}$$

Läs av faskvridningen vid någon frekvens.

+ e x

$$\omega = 47,8 \text{ rad/s}$$

$$\angle \arg G(47,8) = -442^\circ$$

$$-442^\circ = -\frac{\omega L}{\pi} - 90^\circ - \arctan(0,1\omega)$$

$$L = \frac{-(-442^\circ + 90^\circ + \arctan(4,78)) \cdot \pi}{(180 \cdot 47,8)} \approx 0,1 \text{ sek}$$

Ur Bodediagram

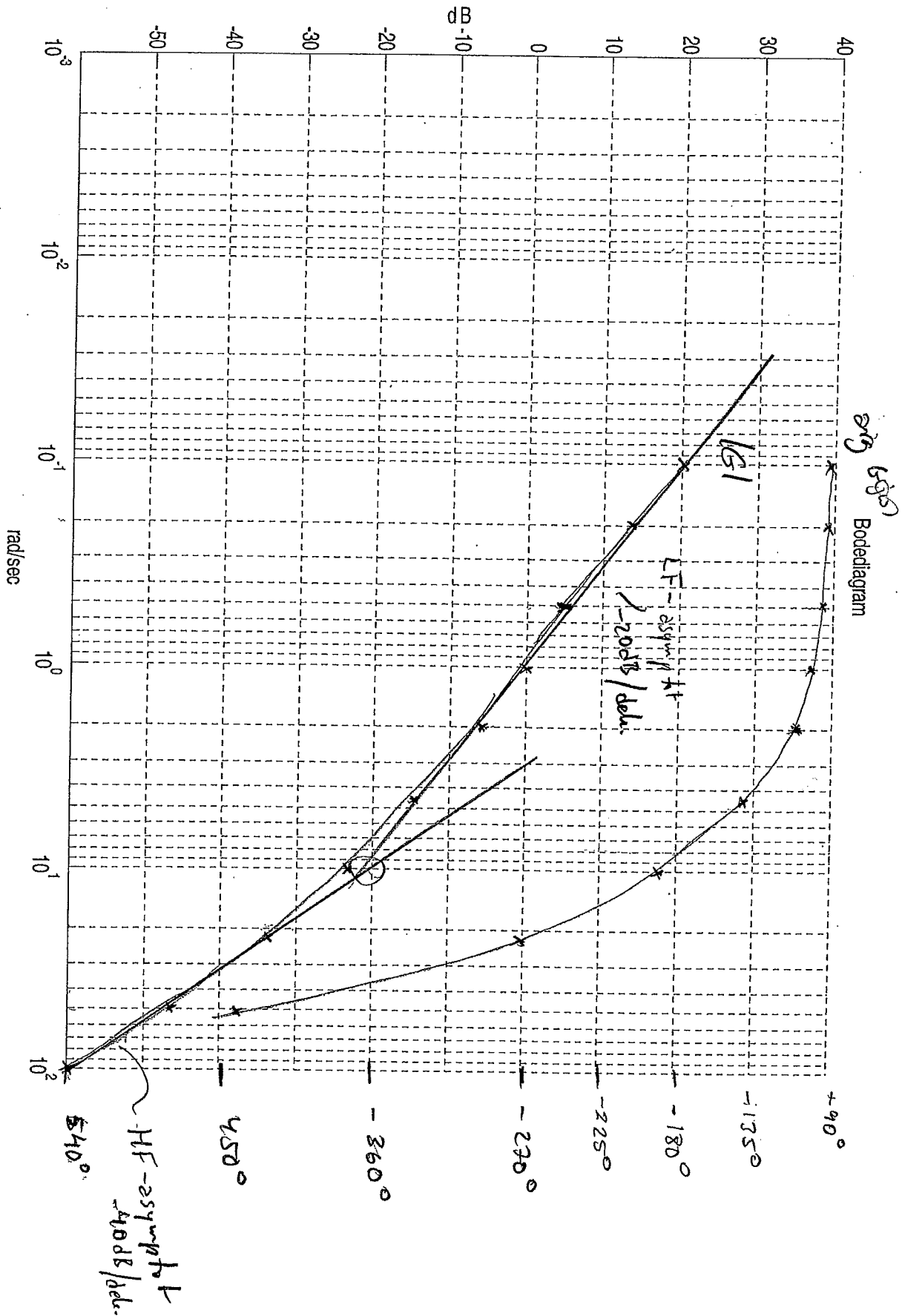
Antag P-reg = 1.

$$\omega_{\pi} \approx 8 \text{ rad/s} \rightarrow A_m = 22 \text{ dB}$$

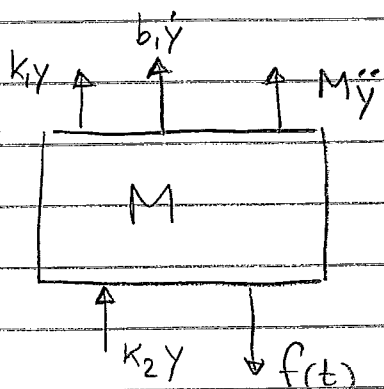
$$\omega_c = 1 \text{ rad/s} \rightarrow \varphi_m = 78,6^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= \frac{2\pi}{\omega_{\pi}} \approx 0,785 \\ K_0 &\approx 12,6 \end{aligned} \right\}$$

Ziegler-Nichols ger:  $G_{PID} \approx 7,6 \left( 1 + \frac{1}{0,39s} + 0,1s \right)$



5.



$$M\ddot{y} + (k_1 + k_2)y + b_1\dot{y} = f(t)$$

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{5s^2 + 2s + 10}$$

$$Y(0) = F(0) \cdot \frac{1}{10} = 1 \text{ m}$$

om detta är  
fysiskt möjligt!

6.  $G_R G_P(s) \approx \frac{2,4}{s}$

a)  $e_{ss} = 0$  vid förändringar  
 $e_{ss} = 10 \cdot \frac{1}{2,4}$  vid ramp signaler hos förändring.

b)  $1 + \frac{6K}{(1+s/2)s(s+1)} = 0$

$s^3 + 3s^2 + 2s + 12K = 0$

$K < \frac{1}{2}$

$K > 0$

$s^3$	1	2
$s^2$	3	12K
$s^1$	$\frac{6-12K}{2}$	0
$s^0$	12K	

vid  $K = \frac{1}{2}$   $s_0$  är  $A_M = 1$  ggr

$K = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$   $s_1$  är  $A_M = 5$  ggr

$e_{ss} = 0$  vid förändring <sup>amplitud</sup>

~~$e_{ss} = \frac{10 \cdot 1}{2,4} = \frac{100}{24} \approx 4,17$~~  vid ramp:  $e_{ss} = A_0 \frac{1}{K_i} = \frac{10 \cdot 1}{6/10} = \frac{100}{6}$  enheter

7.

$u[k] = 3 e[k] + 4 q[k]$

% PI-regulator

$e[k] = q[k] - q[k-1]$

% felsumman

a)

$K=3$  ;  $\frac{K \cdot h}{T_i} = 4 \Rightarrow T_i = \frac{3}{10}$

b)  $T_d = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$  sek

D-del.

$u[k] = 3 e[k] + 4 q[k] + \frac{K \cdot T_d}{h} e[k - e[k-1]]$

$3 \cdot \frac{1}{10} / 4/10 = \frac{3}{4}$