

# TENTAMEN I INTRODUKTIONSKURS I MATEMATIK, 7.5 HP

Distanskurs

8 januari, 2011, kl. 9.00–13.00

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.  
**Kursansvarig:** Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!  
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Bevisa att mängden  $\mathbb{R}$  är överuppräknelig. (3p)

2. Bevisa att om  $a > 1$  och  $b > 0$  så  $a^x/x^b \rightarrow \infty$  då  $x \rightarrow \infty$ . (3p)

3. Avgör om utsagan

$$(\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee (Q \vee R) \Rightarrow \neg P \vee Q$$

är en tautologi, kontradiktion eller ingetdera. (3p)

4. Bevisa att  $11^{2n+1} \equiv 2^{n+2} \pmod{7}$ . (3p)

5. Ekvationen  $z^4 - z^3 - 2z^2 + 6z = 4$  har roten  $z = 1 + i$ . Bestäm samtliga rötter. (3p)

6. Lös fullständigt rekurrens ekvationen  $r_{n+2} - 4r_n = 2^n$  där  $r_0 = 0$  och  $r_3 = 5$ . (4p)

7. Bevisa att för alla heltal  $n \geq 1$  så är

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^k} \leq \frac{3}{2} \quad (4p)$$

8. Bevisa att om  $p$  är ett primtal och  $p|ab$  så  $p|a$  eller  $p|b$ . (3p)

9. Beräkna summan

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2 + 4k + 3} \quad (4p)$$

*LYCKA TILL!*