

# TENTAMEN I LINJÄR ALGEBRA, 7.5P

Distanskurs

14 april, 2012 kl. 9.00 – 13.00

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

**Kursansvarig:** Eric Järpe, telefon 0702-822 844, 035-16 76 53.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Varje lösning ska börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://dixon.hh.se/erja/teach> → Matematik 1-30 → Delkurs 2: Linjär algebra.

Om inget annat påpekas får du förutsätta att koordinatsystemet är ortonormerat (ON).

1. Formulera och bevisa produktregeln för determinanter. (3p)

2. För vilka värden på  $a$  har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + (a^2 - 2)z = a \end{cases}$$

entydig lösning, och vad är den? (3p)

3. Låt  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  och  $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Bestäm den matris  $C$  sådan att  $A(B\mathbf{x}) = C\mathbf{x}$  för alla  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ . (3p)

4. Låt  $\pi$  vara planet  $2x + y - 2z = 0$  och  $\mathbf{v}$  vara vektorn  $(5, 4, -2)$ .

(a) Beräkna ortogonalprojektionen av  $\mathbf{v}$  på  $\pi$ . (3p)

(b) Bilda mha  $\mathbf{v}$ , en vektor  $\mathbf{u}$  i  $\pi$  och en tredje vektor  $\mathbf{w}$  en ON-bas för  $\mathbb{R}^3$ . (3p)

5. Beräkna (den minsta) vinkeln mellan vektorerna  $(2, 1, 7)$  och  $(3, 4, 5)$ . (3p)

6. Låt  $A$  vara matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

(a) Lös ekvationssystemet  $A\mathbf{x} = (A - I)\mathbf{b}$  där  $\mathbf{b} = (1, 2, 1)^T$ . (3p)

(b) Beräkna egenvärdena och egenvektorerna för  $A$ . (4p)

7. En triangel har hörn i punkterna  $(-2, -1, 3)$ ,  $(1, 1, -3)$  och det tredje hörnet på linjen genom origo med riktningsvektor  $(1, 2, -6)$ . Vilka lägen är möjliga för triangelns tyngdpunkt om triangelarean är 1? (5p)

*LYCKA TILL!*