

# Lösningstävling Ellära GT2 2012-01-

①

a) ideal voltmeter  $\rightarrow$  oändlig resistens  $\rightarrow$  ingen ström genom A-B

$$\Rightarrow I_x = \frac{50}{15+10} = 2 \text{ A}$$

b) ideal ampere meter  $\rightarrow$  ingen resistens  $\rightarrow$  kortslutning A-B

Spänningsdelning ger att 25 volt över 10 ohms motståndet

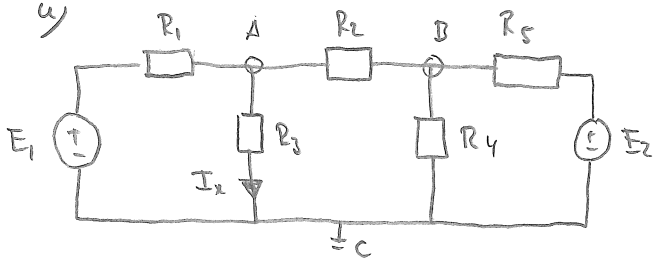


$$\Rightarrow I_x = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ A}$$

②

Nodenalys

$$I_x = \frac{V_A}{R_3}$$



$$R_1 = R_2 = R_5 = 5 \Omega \quad E_1 = 50 \text{ V}$$

$$R_3 = R_4 = 10 \Omega \quad E_2 = 20 \text{ V}$$

Nod A

$$\frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A}{R_3} + \frac{V_A - V_B}{R_2} = 0$$

$$V_A \cdot \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right] - \frac{E_1}{R_1} - \frac{V_B}{R_2} = 0$$

Nod B

$$\frac{V_B - V_A}{R_2} + \frac{V_B}{R_4} + \frac{V_B - E_2}{R_5} = 0$$

$$V_B \cdot \left[ \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right] - \frac{V_A}{R_2} - \frac{E_2}{R_5} = 0$$

Insättning av värden ger:

$$V_A \cdot \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) - \frac{50}{5} - \frac{V_B}{5} = 0$$

$$\Rightarrow V_A \cdot 0,4 - 10 - 0,2 V_B = 0$$

$$\Rightarrow \underline{V_A = 20 + 0,4 V_B} \quad (1)$$

$$V_B \cdot \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) - \frac{V_A}{5} - \frac{20}{5} = 0$$

$$V_B \cdot 0,4 - 0,2 V_A - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{V_B = 0,4 V_A + 8} \quad (2)$$

① + ②

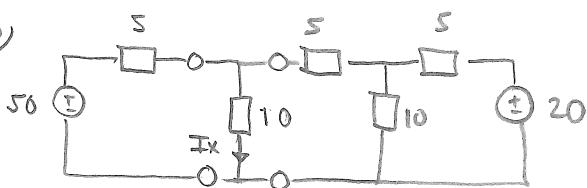
$$V_A = 20 + 0,4 \cdot (0,4 V_A + 8)$$

$$V_A - 0,16 V_A = 20 + 3,2$$

$$\underline{V_A = 27,62}$$

$$I_x = \frac{27,62}{10} = \underline{2,8 \text{ A}}$$

b)

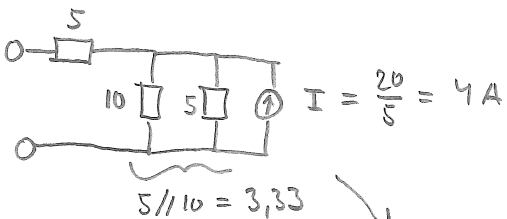


$$I = \frac{50}{5} = 10$$



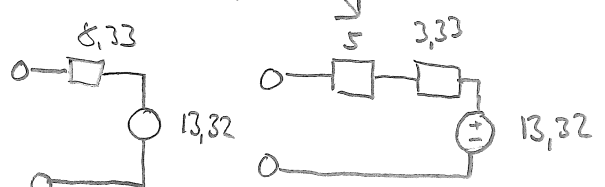
Strömdelning ger:  $I_x = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{8,2}} \cdot (10 + 16) = \underline{2,8 \text{ A}}$

$\rightarrow$



$$I = \frac{20}{5} = 4 \text{ A}$$

$$5 // 10 = 3,33$$



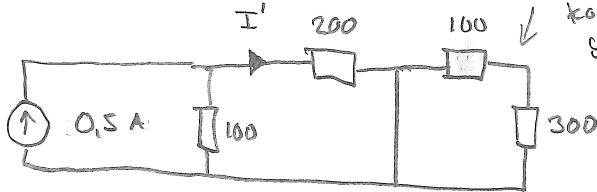
③

Super position

ingen ström p.g.a.  
kortslutning av  
sp. källan

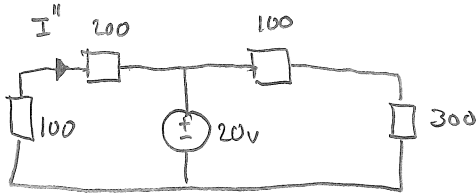
Strömdelning ger:

①



$$I' = 0,5 \cdot \frac{100}{200+100} = 0,167 \text{ A}$$

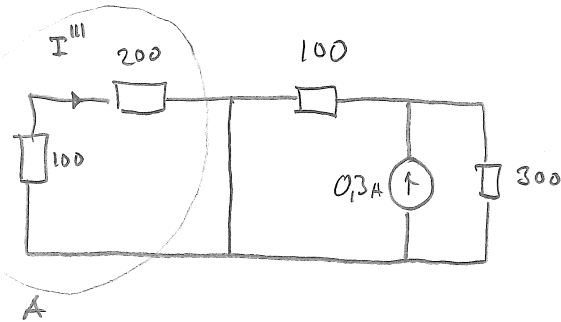
②



Ström källorna ersätts med  
öppna krets.

$$I'' = -\frac{20}{200+100} = -0,067 \text{ A}$$

③

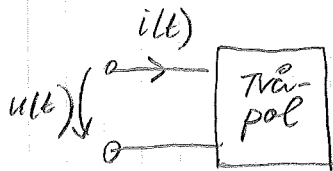


Sp. källan ersätts med kortslutning  
och 0,5 A ström källan med öppna krets.

kortslutning gör att ingen ström  
flyter i A  $\Rightarrow I''' = 0$

$$I = I' + I'' + I''' = \underline{\underline{0,1 \text{ A}}}$$

(4)



$$a) \quad u(t) = |U| \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_u)$$

$$\begin{cases} |U| = 2,5 \text{ V} \\ f = \frac{1}{T}; \quad T = 10 \text{ ms} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz} \\ \varphi_u = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u(t) = 2,5 \sin(2\pi \cdot 100 \cdot t) \text{ V}$$

$$i(t) = |I| \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_i)$$

$$\begin{aligned} |I| &= 5 \text{ mA} \\ f &= 100 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varphi; \quad 2\pi \leftrightarrow 5 \text{ rutor} \\ \Delta\varphi = 5/12 \text{ av en ruta} \end{array} \right\} = \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

strömmen förs i förs

$$\Rightarrow i(t) = 5 \sin(2\pi \cdot 100 \cdot t + \pi/6) \text{ mA}$$

$$b) \quad p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$\begin{aligned} t = 4 \text{ ms} &\Rightarrow p(4 \text{ ms}) = u(4 \text{ ms}) \cdot i(4 \text{ ms}) \\ &= 1,5 \cdot 0,5 = 0,75 \text{ mW} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 6 \text{ ms} &\Rightarrow p(6 \text{ ms}) = u(6 \text{ ms}) \cdot i(6 \text{ ms}) \\ &= -1,5 \cdot (-4,5) = 6,75 \text{ mW} \end{aligned}$$

$$c) \quad \overline{p(t)} = U_e \cdot I_e \cos(\varphi); \quad \varphi = (\varphi_u - \varphi_i)$$

$$U_e = \frac{|U|}{\sqrt{2}}; \quad I_e = \frac{|I|}{\sqrt{2}}; \quad \varphi = (0 - \frac{\pi}{6}) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \overline{p(t)} = \frac{|U|}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|I|}{\sqrt{2}} \cos(-\frac{\pi}{6}) = \frac{|U| \cdot |I|}{2} \cos(-\frac{\pi}{6}) = 5,4 \text{ mW}$$

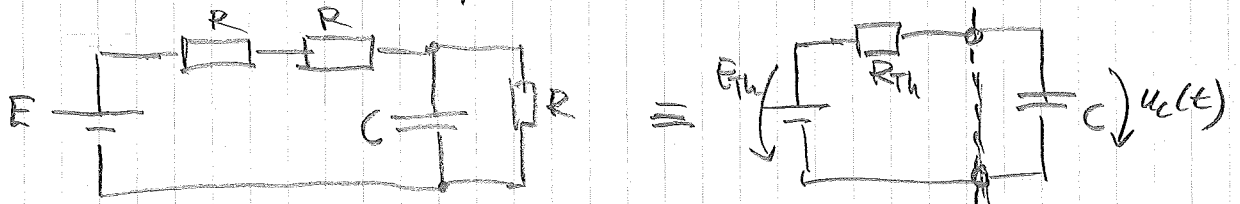
$\sim 1,77 \quad \sim 3,54$

d) strömmen ligger före spänningen i förs  
 $\Rightarrow$  kapacitiv tvåpol

5

a) Då S är öppen laddas kond C upp.

Krets då S är öppen:



$$E_{Th} = E \cdot \frac{R}{(R+R+R)} = E \cdot \frac{1}{3} = \frac{20}{3} \text{ V} \approx 6,7 \text{ V}$$

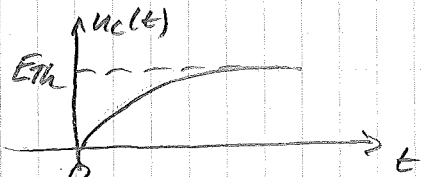
$$R_{Th} = (R+R) // R = 2R // R = \frac{2R \cdot R}{2R+R} = \frac{2}{3} R = \frac{20}{3} \text{ k}\Omega$$

Uppladdning av C:

$$u_C(t) = E_{Th} (1 - e^{-t/R_{Th}C})$$

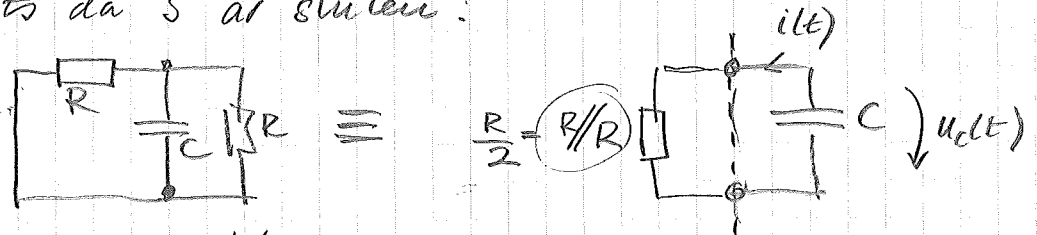
Vid tiden  $t=0$  sluts S

$$u_C(0) = E_{Th} \text{ Kond fullt uppladdad!} = 6,7 \text{ V.}$$



b) Då S är sluten urladdas kond C.

Krets då S är sluten:



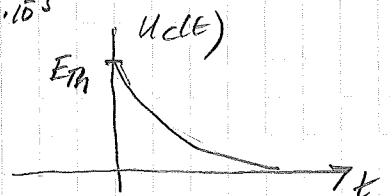
$$u_C(t) = U_0 e^{-t/R_2C} ; U_0 = E_{Th}$$

$$i(t) = \frac{u_C(t)}{R // R} \Rightarrow i(0) = \frac{u_C(0)}{R // R} = \frac{E_{Th}}{R/2} = \frac{20/3}{10\text{k}/2} = \frac{4}{3} \text{ mA}$$

$$c) u_C(t) = E_{Th} e^{-t/5 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}} = E_{Th} e^{-t/7,5 \cdot 10^3}$$

$$u_C(t \rightarrow \infty) = 0$$

$$u_C(t=5\text{ms}) = \frac{20}{3} e^{-\frac{5}{7,5}} = 3,4 \text{ V}$$



$$d) \tau = \frac{R}{2} \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 7,5 \text{ }\mu\text{s}$$

6. a) Komplex impedans  $Z = U/I = \frac{56e^{j(\omega t + 17.5^\circ)}}{23.7e^{j\omega t - 26.0^\circ}} \text{ V/mA} = 2.36e^{j43.5^\circ} \text{ k}\Omega = 1.714 + j1.626 \text{ k}\Omega$
- b)  $Z = Z_{kond} + Z_{spole} \Rightarrow Z_{spole} = Z - Z_{kond} = Z - \frac{1}{j\omega C} = 1.714 + j2.626 \text{ k}\Omega$
- c) Resistans  $R = 1.714 \text{ k}\Omega$  och från  $\omega L = 2.626 \text{ k}\Omega$  fås induktans  $L = 2.626 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^3 \text{ H} = 1.31 \text{ H}$
7. a) Totala impedansen är  $Z = Z_1 + Z_2$  där  $Z_1 = 1/(j\omega C_1)$  och impedansen för parallellkopplingen är

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2 + 1/R} = \frac{R}{1 + j\omega RC_2}$$

Eftersom  $U_{in} = Z \cdot I$  och  $U_{ut} = Z_2 \cdot I$  blir överföringsfunktionen

$$H(j\omega) = \frac{U_{iut}}{U_{in}} = \frac{Z_2}{Z} = \frac{j\omega RC_1}{1 + j\omega R(C_1 + C_2)} = 10^{-3} \frac{j\omega}{1 + j\omega/100}$$

- b)  $H(j10) = 10^{-3} \frac{10e^{j90^\circ}}{1+j0.1} = 9.95 \cdot 10^{-3} e^{j84.3^\circ}$  och  
 $H(j1000) = 99.5 \cdot 10^{-3} e^{j5.7^\circ}$
- c) Högpas eftersom  $|H(j1000)| > |H(j10)|$
8. a)

$$\begin{aligned} P_1 &= |S_1| \cos \varphi_1 = 40 \text{ kW} & Q_1 &= |S_1| \sin \arccos 0.8 = 39 \text{ kVAr} \\ P_2 &= 32 \text{ kW} & Q_2 &= 18 \text{ kVAr} \\ P_3 &= 30 \text{ kW} & Q_3 &= \sqrt{|S_3|^2 - P_3^2} = 26.45 \text{ kVAr} \end{aligned}$$

Bilda totala skenbara effekten för att sedan räkna ut strömmen

$$\begin{aligned} S &= (P_1 + P_2 + P_3) + j(Q_1 + Q_2 + Q_3) = 102 + j74.46 \text{ kVA} \\ I_e &= |S|/U_e = 126.3 \cdot 10^3 \text{ VA} / 380 \text{ V} = 332 \text{ A} \end{aligned}$$

- b) Koppla in kondensatorn  $S = (P_1 + P_2 + P_3) + j(Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_C)$ .

$$\begin{aligned} Q &= P \tan \varphi = 102 \tan(\arccos 0.9) = 49.4 \text{ kVAr} \\ Q_C &= Q - (Q_1 + Q_2 + Q_3) = -25.06 \text{ kVAr} = -\omega C U_e^2 \\ \Rightarrow C &= -Q_C / (\omega U_e^2) = 25.06 \cdot 10^3 / (2\pi \cdot 50 \cdot 380^2) \text{ F} = 552 \mu\text{F} \end{aligned}$$

Strömmen blir nu  $I_e = |S|/U_e = |102 + j49.3| \cdot 10^3 / 380 = 298 \text{ A}$ .