

# FORMELSAMLING ELLÄRA för E1/D1/MEK1/EI1

(Tillåtet som hjälpmedel vid tentamen –utan egna anteckningar i densamma.)

## Konstanter

Elektronens laddning:  $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Dielektricitetskonstanten i vacuum:  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} (\text{As})^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$

Permeabiliteten i vacuum:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$

Temperaturkoefficienter  $\alpha$  [ $\text{K}^{-1}$ ]

Resistivitet  $\rho$  [ $\Omega\text{m}$ ] vid  $20^\circ\text{C}$ .

för några olika metaller vid  $20^\circ\text{C}$ .

|           |         |
|-----------|---------|
| Aluminium | 0.0039  |
| Järn      | 0.00576 |
| Koppar    | 0.00396 |
| Wolfram   | 0.0045  |
| Silver    | 0.0038  |

|           |                       |
|-----------|-----------------------|
| Aluminium | $2.7 \cdot 10^{-8}$   |
| Järn      | $10.5 \cdot 10^{-8}$  |
| Koppar    | $1.724 \cdot 10^{-8}$ |
| Wolfram   | $5.5 \cdot 10^{-8}$   |
| Silver    | $1.59 \cdot 10^{-8}$  |

## Allmänt

Elektrisk ström:  $I = \frac{dq}{dt}$  [A]

Elektrisk laddning  $q = \int i(t) dt$  [C]

Coulombs lag i vacuum:  $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Elektrisk fältstyrka:  $E = \frac{F}{q}$  [N/C, V/m]

Fältstyrka kring punktladdning:  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Elektrisk spänning mellan punkterna A och B:  $U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$  [V]

$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$ , där  $W_{AB}$  är den energi fältet ger laddningen på en väg från A till B.

Potential  $V_p = \frac{W_{p0}}{q}$ , där 0 är en referenspunkt med potentialen noll.

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Ohms lag:  $U = R \cdot I$

Elektrisk effekt:  $P = U \cdot I$  [W]

Resistansen hos en ledare med längden  $l$ , tvärsnittsarea  $A$  och resistivitet  $\rho$ :  $R = \rho \frac{l}{A}$  [ $\Omega$ ]

Polspänning hos batteri med emk  $E$  och inre resistans  $R_i$ :  $U = E - R_i \cdot I$

Felvisning: Analog instrument: procent av mätområdet största värde

Digitala instrument: Procent av visat värde + fel i sista visade siffran

Relativt fel:  $e_u = \frac{\Delta u}{u_m}$

Vid multiplikation och division adderas *relativa* felen.

## Kondensatorn

Laddning på en kondensator med kapacitansen  $C$  [F]:  $Q = C \cdot U_c$

Kapacitansen hos en plattkondensator med gemensam plattarea  $A$  och avståndet  $d$  mellan

kondensatorplattorna:  $C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$ , där  $\varepsilon$  är materialets mellan plattornas kapacitivitet.

Urladdning av kondensator (RC-krets):  $u(t) = U_0 e^{-t/RC}$

Uppladdning av kondensator:  $u(t) = E(1 - e^{-t/RC})$

Tidskonstanten  $\tau = RC$

Seriekoppling av  $n$  st. kondensatorer:  $\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

Parallellkoppling av  $n$  st. kondensatorer:  $C_p = \sum_{i=1}^n C_i$

## Nätteori

### *Kirchhoffs lagar*

Kirchhoffs strömlag (KI): Summan av de ingående strömmarna i en knutpunkt är lika med summan av de utgående strömmarna.

Kirchhoffs spänningslag (KU): Summan av potentialändringarna längs en sluten väg är lika med noll.

Kirchhoffs metod: Tillämpa KI i alla noder utom en. Tillämpa KU i alla maskor.

Maxwells metod med knutpunktpotentialer (nodanalys): Jorda en knutpunkt. Ansätt obekanta potentialer i övriga knutpunkter. Teckna KI i alla knutpunkter utom den jordade.

### *Resistiva tvåpoler*

Konduktans:  $G = 1/R$  [Siemens]

Seriekoppling av  $n$  st. ideala resistorer:  $R_s = \sum_{i=1}^n R_i$

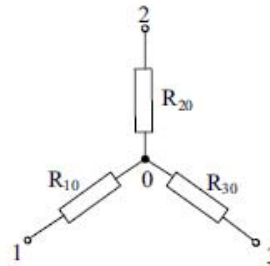
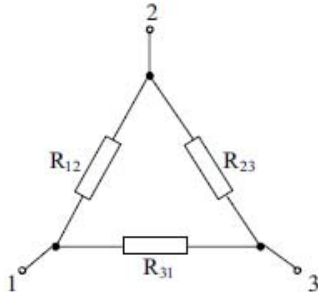
Parallellkoppling av  $n$  st. ideala resistorer:  $\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$ ,  $n = 2$ :  $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

Spänningsdelning mellan  $n$  st. seriekopplade resistorer:  $U_k = \frac{R_k}{\sum_{i=1}^n R_i} \cdot U_{tot}$

Strömgrening mellan  $n$  st. parallellkopplade resistorer:  $I_k = \frac{G_k}{\sum_{i=1}^n G_i} \cdot I_{tot}$

$n = 2$ :  $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{tot}$

### Resistiva trepoler



YD-transformation:

$$G_{12} = \frac{G_{10} G_{20}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

$$G_{23} = \frac{G_{20} G_{30}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

$$G_{31} = \frac{G_{10} G_{30}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

DY-transformation:

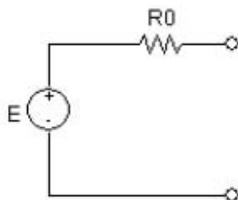
$$R_{10} = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

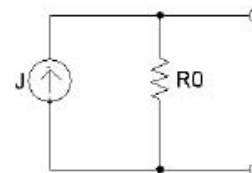
$$R_{30} = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

### Aktiva tvåpoler

Ekvivalent spänningstvåpol



Ekvivalent strömtvåpol



$$J = \frac{E}{R_0}, \quad E = U_T \text{ (tomgångsspänningen)}, \quad J = I_K \text{ (kortslutningsströmmen)}, \quad R_0 = \frac{U_T}{I_K}$$

$R_0$  är tvåpolens inre resistans som kan fås genom att nollställa tvåpolens samtliga generatorer, då inga beroende generatorer finns i tvåpolen. Om tvåpolen innehåller beroende generatorer kan  $R_0$  fås som  $\frac{E_0}{I_0}$ , där  $E_0$  är källspänningen hos en spänningsgenerator som kopplas till tvåpolen och  $I_0$  är strömmen till tvåpolen, med alla *oberoende* generatorer nollställda.

Effektanpassning (maximal effektutveckling i  $R_L$ ):  $R_L = R_0$

Superposition: I ett linjärt nät kan strömmar/spänningar beräknas genom att beräkna bidraget från varje generator för sig (övriga generatorer nollställda) och sedan addera (superponera) bidragen.



## Växelström

*Medelvärden för periodisk spänning och ström*

Strömmens medelvärde:  $\bar{i} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} i(t) dt$ , där  $T$  är periodtiden

Frekvensen:  $f = \frac{1}{T}$  [Hz]

Strömmens beloppsmedelvärde (likriktat medelvärde):  $|\bar{i}| = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} |i(t)| dt$

Strömmens kvadratiska medelvärde:  $\bar{i}^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} i^2(t) dt$

Strömmens effektivvärde (den likström som i en given resistor ger samma effektutveckling som medeleffekten för växelströmmen):  $I_e = \sqrt{\bar{i}^2}$

Formfaktor:  $\xi = \frac{I_e}{|\bar{i}|}$

$$U = U_{DC} + u_{ac} \Rightarrow U_e^2 = U_{DC}^2 + U_{ac,e}^2$$

## Sinusformad spänning och ström

Momentanvärdesuttryck:  $u = |U| \sin(\omega t + \alpha)$

$i = |I| \sin(\omega t + \beta)$ , där  $|U|$  resp.  $|I|$  är amplituden och  $\alpha$  resp.  $\beta$  är faskonstanten.

Fasförskjutningen (fasdifferensen) mellan spänning och ström:  $\varphi = \alpha - \beta$

Vinkelfrekvensen:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$  [rad/s]

$$|\bar{i}| = \frac{2}{\pi} \cdot |I|$$

$$I_e = \frac{|I|}{\sqrt{2}}$$

*Visare*

$U = |U| \angle \alpha = (U_x, U_y)$ , där  $U_x = |U| \cos \alpha$  och  $U_y = |U| \sin \alpha$ ,

$$|U| = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} \text{ och } \tan \alpha = \frac{U_y}{U_x}$$

*Komplexa storheter*

Komplex spänning:  $U = |U| e^{j(\omega t + \alpha)} = |U| \cos(\omega t + \alpha) + j|U| \sin(\omega t + \alpha)$ ,  $u = \text{Im} U$

Komplex ström:  $I = |I| e^{j(\omega t + \beta)}$ ,  $i = \text{Im} I$

Komplex impedans:  $Z = \frac{U}{I} = \frac{|U|}{|I|} e^{j\varphi} = R + jX$  [ $\Omega$ ],

där  $R = \text{Re} Z$  är resistansen och  $X = \text{Im} Z$  är reaktansen.

Ohms lag:  $U = Z \cdot I$

Resistor:  $Z_R = R$

Kondensator:  $u_c = \frac{1}{C} \int i(t) dt$ ,  $Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$

Induktor:  $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ , där  $L$  är induktansen [H],  $Z_L = j\omega L$

En tvåpol med  $X = 0$  är rent resistiv.

En tvåpol med  $X > 0$  säges ha induktiv karaktär.

En tvåpol med  $X < 0$  säges ha kapacitiv karaktär.

*Samtliga lagar och satsar som gäller vid analys av linjära likströmsnät gäller även vid beräkningsschemor som baseras på komplexa storheter.*

Aktiv effekt (medelvärde av momentaneffekten):  $P = \overline{p(t)} = U_e I_e \cos \varphi$  [W],

där  $\cos \varphi$  kallas effektfaktorn.

$P = R I_e^2$ , där  $R = \operatorname{Re} Z$

Reaktiv effekt:  $Q = U_e I_e \sin \varphi$  [VAR],  $Q_L = \omega L I_e^2$ ,  $Q_C = -\frac{1}{\omega C} I_e^2$

Skenbar effekt:  $S = P + jQ = U_e I_e e^{j\varphi}$  [VA],  $|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = U_e I_e$

$S_{tot} = \sum_{\text{komponenter}} S_k$

Effektanspassning (maximal effektutveckling i  $Z_L$ ):

$Z_L$  kan väljas fritt:  $Z_L = \bar{Z}_0$ ;  $Z_L$  har fixt argument  $\varphi$ :  $|Z_L| = |Z_0|$

Växelströmsbrygga: Bryggan i balans då produkten av motstående sidors impedanser lika

Överföringsfunktion:  $H(j\omega) = \frac{U_{ut}}{U_{in}}$

Filter: gränsfrekvensen  $f_g$  då  $|U_{ut}| = \frac{1}{\sqrt{2}} |U_{ut}|_{\max}$

Resonans:  $\varphi = 0 \Rightarrow Z$  rent resistiv

Serie- och parallellresonanskrets (RLC-krets): resonansvinkelfrekvensen  $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

*Induktion och transformatorn*

Induktionslagen:  $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ , där  $\Phi$  är det magnetiska flödet [Wb]

Spole:  $e = -L \frac{di}{dt}$

Ideal transformator:  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$ ,  $\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$

## Elektronik

Rippel från likriktare med glättningskondensator:  $u_r = \frac{\hat{u}_{ut}}{f_{ut} RC}$