Formelsamling Ellära E1, Mek 1/Tillämpad Ellära D1
(tillåtet hjälpmedel vid tentamen)

Konstanter

Elektronens laddning: $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C$

Dielektricitetskonstanten i vacuum: $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ (As)^{2}N^{-1}m^{-2}

Permeabiliteten i vacuum: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am)

Resistiviteter:

	Koppar	0,0172 Ωmm^2/m
	Aluminium	0,027
	Järn	0,105
	Konstantan	0,50

Allmänt

Elektrisk ström: $I = \dfrac{dq}{dt}$ [A]

Elektrisk laddning $q = \int i(t)dt$ [C]

Coulumbs lag i vacuum: $F = \dfrac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Elektrisk fältstyrka: $E = \dfrac{F}{q}$ [N/C, V/m]

Fältstyrka kring punktladdning: $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Elektrisk spänning mellan punkterna A och B: $U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$ [V]

$U_{AB} = \dfrac{W_{AB}}{q}$, där W_{AB} är den energi fältet ger laddningen på en väg från A till B.

Potential $V_P = \dfrac{W_{P0}}{q}$, där 0 är en referenspunkt med potentialen noll.

$U_{AB} = V_A - V_B$

Ohms lag: $U = R \cdot I$

Elektrisk effekt: $P = U \cdot I$ [W]

Resistansen hos en ledare med längden l, tvärsnittsarea A och resistivitet ρ: $R = \rho \dfrac{l}{A}$ [Ω]

Polspänning hos batteri med emk E och inre resistans R_i: $U = E - R_i \cdot I$

Felvisning: Analoga instrument: procent av mätområdets största värde
Digitala instrument: Procent av visat värde + fel i sista visade siffran

Relativt fel: $e_u = \dfrac{\Delta u}{u_m}$

Vid multiplikation och division adderas *relativa* felen.

Kondensatorn

Laddning på en kondensator med kapacitansen C [F]: $Q = C \cdot U_c$

Kapacitansen hos en plattkondensator med gemensam plattarea A och avståndet d mellan kondensatorplattorna: $C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$, där ε är materialets mellan plattornas kapacitivitet.

Urladdning av kondensator (RC-krets): $u(t) = U_0 e^{-t/RC}$

Uppladdning av kondensator: $u(t) = E(1 - e^{-t/RC})$

Tidskonstanten $\tau = RC$

Seriekoppling av n st. kondensatorer: $\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$

Parallellkoppling av n st. kondensatorer: $C_p = \sum_{i=1}^{n} C_i$

Nätteori

Kirchhoffs lagar

Kirchhoffs strömlag (KI): Summan av de ingående strömmarna i en knutpunkt är lika med summan av de utgående strömmarna.

Kirchhoffs spänningslag (KU): Summan av potentialändringarna längs un sluten väg är lika med noll.

Kirchhoffs metod: Tillämpa KI i alla noder utom en. Tillämpa KU i alla maskor.

Maxwells metod med knutpunktspotentialer (nodanalys): Jorda en knutpunkt. Ansätt obekanta potentialer i övriga knutpunkter. Teckna KI i alla knutpunkter utom den jordade.

Resistiva tvåpoler

Konduktans: $G = 1/R$ [Siemens]

Seriekoppling av n st. ideala resistorer: $R_s = \sum_{i=1}^{n} R_i$

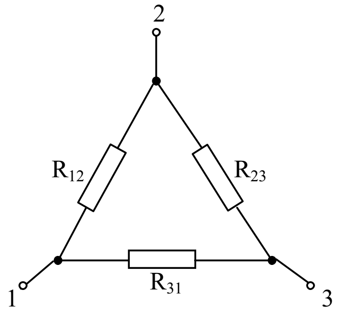
Parallellkoppling av n st. ideala resistorer: $\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$, $n = 2$: $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

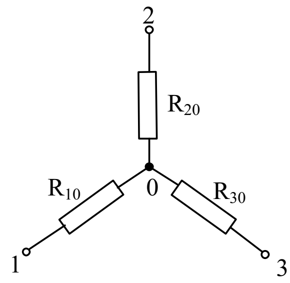
Spänningsdelning mellan n st. seriekopplade resistorer: $U_k = \frac{R_k}{\sum_{i=1}^{n} R_i} \cdot U_{tot}$

Strömgrening mellan n st. parallellkopplade rersistorer: $I_k = \frac{G_k}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \cdot I_{tot}$

$n = 2$: $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{tot}$

Resistiva trepoler





YD-transformation:

$$G_{12} = \frac{G_{10}G_{20}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

$$G_{23} = \frac{G_{20}G_{30}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

$$G_{31} = \frac{G_{10}G_{30}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

DY-transormation:

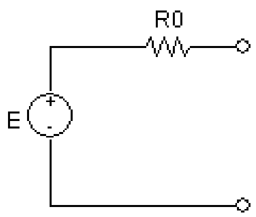
$$R_{10} = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

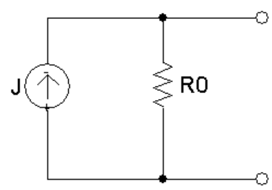
$$R_{30} = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Aktiva tvåpoler

Ekvivalent <u>spänningstvåpol</u>



Ekvivalent <u>strömtvåpol</u>



$J = \dfrac{E}{R_0}$, $E = U_T$ (tomgångsspänningen), $J = I_K$ (kortslutningsströmmen), $R_0 = \dfrac{U_T}{I_K}$

R_0 är tvåpolens inre resistans som kan fås genom att nollställa tvåpolens samtliga generatorer, då inga beroende generatorer finns i tvåpolen. Om tvåpolen innehåller beroende generatorer kan R_0 fås som $\dfrac{E_0}{I_0}$, där E_0 är källspänningen hos en spänningsgenerator som kopplas till tvåpolen och I_0 är strömmen till tvåpolen, med alla *oberoende* generatorer nollställda.

<u>Effektanpassning</u> (maximal effektutveckling i R_L): $R_L = R_0$

<u>Superposition</u>: I ett linjärt nät kan strömmar/spänningar beräknas genom att beräkna bidraget från varje generator för sig (övriga generatorer nollställda) och sedan addera (superponera) bidragen.

Växelström

Medelvärden för periodisk spänning och ström

Strömmens medelvärde: $\bar{i} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} i(t)dt$, där T är periodtiden

Frekvensen: $f = \frac{1}{T}$ $[Hz]$

Strömmens beloppsmedelvärde (likriktat medelvärde): $\overline{|i|} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} |i(t)|dt$

Strömmens kvadratiska medelvärde: $\overline{i^2} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} i^2(t)dt$

Strömmens effektivvärde (den likström som i en given resistor ger samma effektutveckling som medeleffekten för växelströmmen): $I_e = \sqrt{\overline{i^2}}$

Formfaktor: $\xi = \frac{I_e}{\overline{|i|}}$

$U = U_{DC} + u_{ac} \Rightarrow U_e{}^2 = U_{DC}{}^2 + U_{ac,e}{}^2$

Sinusformad spänning och ström

Momentanvärdesuttryck: $u = |U|\sin(\omega t + \alpha)$

$i = |I|\sin(\omega t + \beta)$, där $|U|$ resp. $|I|$ är amplituden och α resp. β är faskonstanten.

Fasförskjutningen (fasdifferensen) mellan spänning och ström: $\varphi = \alpha - \beta$

Vinkelfrekvensen: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $[rad/s]$

$\overline{|i|} = \frac{2}{\pi} \cdot |I|$

$I_e = \frac{|I|}{\sqrt{2}}$

Visare

$U = |U|\angle\alpha = (U_x, U_y)$, där $U_x = |U|\cos\alpha$ och $U_y = |U|\sin\alpha$,

$|U| = \sqrt{U_x{}^2 + U_y{}^2}$ och $\tan\alpha = \frac{U_y}{U_x}$

Komplexa storheter

Komplex spänning: $U = |U|e^{j(\omega t+\alpha)} = |U|\cos(\omega t + \alpha) + j|U|\sin(\omega t + \alpha)$, $u = \operatorname{Im} U$

Komplex ström: $I = |I|e^{j(\omega t+\beta)}$, $i = \operatorname{Im} I$

Komplex impedans: $Z = \frac{U}{I} = \frac{|U|}{|I|}e^{j\varphi} = R + jX$ $[\Omega]$,

där $R = \operatorname{Re} Z$ är resistansen och $X = \operatorname{Im} Z$ är reaktansen.

Ohms lag: $U = Z \cdot I$

Resistor: $Z_R = R$

Kondensator: $u_c = \frac{1}{C}\int i(t)dt$, $\underline{Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}}$

Induktor: $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$, där L är <u>induktansen</u> [H], $\underline{Z_L = j\omega L}$

En tvåpol med $X = 0$ är rent resistiv.
En tvåpol med $X > 0$ säges ha induktiv karaktär.
En tvåpol med $X < 0$ säges ha kapacitiv karaktär.
Samtliga lagar och satser som gäller vid analys av linjära likströmsnät gäller även vid beräkningsscheman som baseras på komplexa storheter.

<u>Aktiv effekt</u> (medelvärdet av momentaneffekten): $P = \overline{p(t)} = U_e I_e \cos\varphi$ [W],
där $\cos\varphi$ kallas <u>effektfaktorn</u>.

$P = RI_e^{\,2}$, där $R = \operatorname{Re} Z$

<u>Reaktiv effekt</u>: $Q = U_e I_e \sin\varphi$ [VAr], $Q_L = \omega L I_e^{\,2}$, $Q_C = -\frac{1}{\omega C} I_e^{\,2}$

<u>Skenbar effekt</u>: $S = P + jQ = U_e I_e e^{j\varphi}$ [VA], $|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = U_e I_e$

$S_{tot} = \sum_{komponenter} S_k$

<u>Effektanpassning</u> (maximal effektutveckling i Z_L):
Z_L kan väljas fritt: $Z_L = \overline{Z}_0$; Z_L har fixt argument φ: $|Z_L| = |Z_0|$

<u>Växelströmsbrygga</u>: Bryggan i balans då produkten av motstående sidors impedanser lika

<u>Överföringsfunktion</u>: $H(j\omega) = \frac{U_{ut}}{U_{in}}$

Filter: <u>gränsfrekvensen</u> f_g då $|U_{ut}| = \frac{1}{\sqrt{2}}|U_{ut}|_{\max}$

<u>Resonans</u>: $\varphi = 0 \Rightarrow Z$ rent resistiv

<u>Serie- och parallellresonanskrets</u> (RLC-krets): resonansvinkelfrekvensen $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Induktion och transformatorn

<u>Induktionslagen</u>: $e = -\frac{d\Phi}{dt}$, där Φ är det <u>magnetiska flödet</u> [Wb]

Spole: $e = -L\frac{di}{dt}$

Ideal <u>transformator</u>: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$, $\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$

Elektronik

<u>Rippel</u> från likriktare med glättningskondensator: $u_r = \frac{\hat{u}_{ut}}{f_{ut} RC}$