

Introduktionskurs i Matematik (LP), 2008-03-12.

Per-Sverre Svendsen, Tel.035 - 167 615/0709 - 398 526.

Betygsgränser: Godkänd : 12 p, Väl godkänd : 22 p.

Inga andra hjälpmedel än skrivmaterial. Ge alla svar på enklast möjliga form.

1. Lös olikheten $\frac{x+1}{x-1} \geq \frac{x-1}{x+1}$. (2p)

2. Vi har givet $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - i}$. Bestäm z^6 . (2p)

3. Visa att $11^{2n+1} + 5^n$ är delbart med 4 för alla heltal n . (2p)

4. Avgör om den sammansatta utsagan nedan är en tautologi (dvs om den är sann för alla möjliga sanningsvärden på utsagorna p och q)

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow ((\neg p) \wedge (\neg q)). \quad (2p)$$

5. Funktionen f är definierad som $f(x) = e^{-x} + 3$, $D_f = \mathbb{R}$. Har f en invers? Bestäm i så fall inversen tillsammans med dess definitions- och värdemängd. (2p)

6. Visa att $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k = 3^n$. (3p)

7. Lös rekurrenskvationen $x_{n+2} - x_{n+1} - 2x_n = 0$, $x_0 = -2$, $x_1 = 5$ ($n \geq 0$). (3p)

8. Lös ekvationen $4^x - 2^{x+3} + 12 = 0$. (3p)

9. Lös de trigonometriska ekvationerna

(a) $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 1$, $0 \leq x < 2\pi$, (3p)

(b) $\cos 2x = \cos x - 1$, $0 \leq x < 2\pi$. (3p)

Ledning: $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$, $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$.

10. Ekvationen $z^5 + 2z^4 + 7z^3 - 18z^2 + 26z = 0$ har roten $z = 1 + i$. Lös ekvationen fullständigt. (5p)