061204/Thomas Munther
Halmstad University
School of Information Technology Computer Science and Electrical Engineering

Laboratory 1
Signals and Systems

Active Filters

Högskolan i Halmstad
IDE-sektionen
Christer Gullbrand

Signaler och System
Laboration
Aktiva filter

Inledning till aktiva filter

Aktiva filter består vanligtvis av RC-nät med en eller flera förstärkare.
Fördelar med aktiva RC-nät:

- Man kan realisera godtycklig överföringsfunktioner (filter).
- Kan göras små.
- Är tillförlitliga.
- Är billiga.

Nackdelar med aktiva RC-nät:

- Filtren måste ha likspänningsmatning till förstärkaren(na).
- Begränsat frekvensområde till 0 – 1 MHz.

I passiva RLC-filter är spolen den komponent som är dyr, stor och tung (framförallt vid låga frekvenser). Spolen är också den komponent som är minst ideal och vars magnetiska fält kan störa (eller störas) av omgivningen. Dessa negativa egenskaper hos spolar slipper man i aktiva RC-nät.
Aktiva RC-nät kan dock inte överföra några större effekter men för mindre effekter är aktiva filter attraktiva p.g.a. att de kan framställas i integrerad form.

Syntes av aktiva filter

Högre ordningens aktiva RC-filter har överföringsfunktionen

$$H(s)=Y(s)/X(s)= (b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots\dots + b_0)/(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots\dots + a_0)$$

Det är svårt att tillverka högre ordning än ca tre p.g.a. de extremt höga toleranskrav man måste ställa på komponenterna. Man brukar därför faktoruppdela överföringsfunktionen ovan i andragradsblock.

$$H(s)=\{(b_{12}s^2 + b_{11}s + b_{10})/(s^2 + a_{11}s + a_{10})\}\cdot\{(b_{22}s^2 + b_{21}s + b_{20})/(s^2 + a_{21}s + a_{20})\}\cdot\{\dots\dots\dots\dots$$

Vid udda ordningstal avslutar man med ett block av 1:a ordningen.
Andragradsblocken har två poler och kan ha två, ett eller inget nollställe.
Ett vanligt sätt att skriva ett andragradsblock (andra ordningens länk) med två poler och två nollställe:

$$H(s)= K\cdot(s^2+2\sigma_0 s+ \omega_{00}^2)/(s^2+ 2\sigma_p s+ \omega_{0p}^2)$$

Där K= Konstant

σ_0= Nollställenas realdel
σ_p= Beloppet av polernas realdel
ω_{00}= Avståndet från origo till nollställena
ω_{0p}= Avståndet från origo till polerna

Polerna och nollställena är antingen dubbla eller komplexkonjugerade.
Ett komplexkonjugerat polpar kan realiseras av en andra ordningens överföringsfunktion.
Kretsens Q-värde definieras som

$$Q=\omega_{0p}/(2\sigma_p)$$

Filter med stora Q-värden har branta flanker.

För andra ordningens länk gäller:

- Lågpass(LP)-filter saknar nollställe
- Bandpass(BP)-filter har nollställe i origo
- Högpass(HP)-filter har dubbelnollställe i origo
- Bandspärr(BS)-filter har nollställepar på $j\omega$-axeln

Man kan alltså skriva filtrens överföringsfunktioner på formen:

$H_{LP}= K/(s^2+ 2\sigma_p s+ \omega_{0p}^2)$ $\quad s = -\sigma_p \pm \sqrt{\sigma_p^2 - \omega_{0p}^2}$

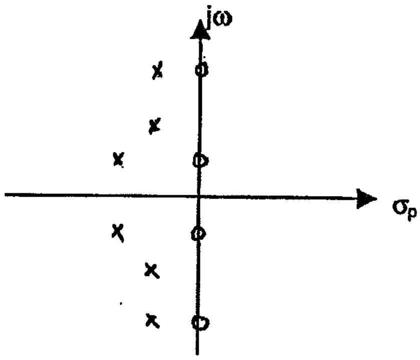
$H_{BP}= (Ks)/(s^2+2\sigma_p s+ \omega_{0p}^2)$

$H_{HP}= (Ks^2)/(s^2+ 2\sigma_p s+ \omega_{0p}^2)$

$H_{BS}= \{K(s^2+ \omega_{00}^2)\}/(s^2+ 2\sigma_p s+ \omega_{0p}^2)$

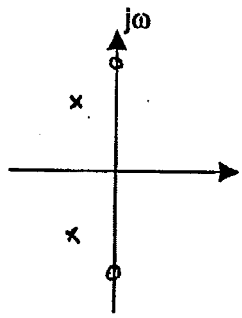
Om man önskar högre ordningens filter kan man kaskadkoppla andra ordningens länkar.

Ex. Antag att man önskar syntetisera ett 6:e ordningens filter med följande pol-nollställe-diagram:

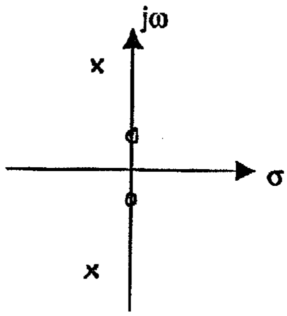


Ovanstående diagram kan delas upp i tre pol-nollställediagram.

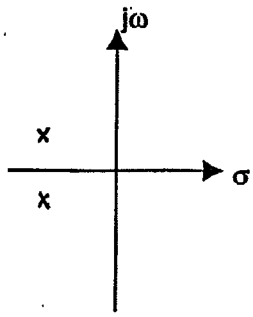
1)



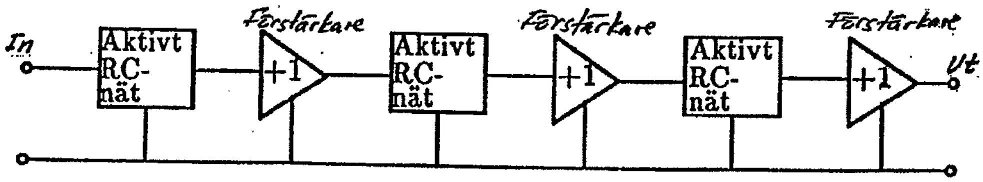
2)



3)



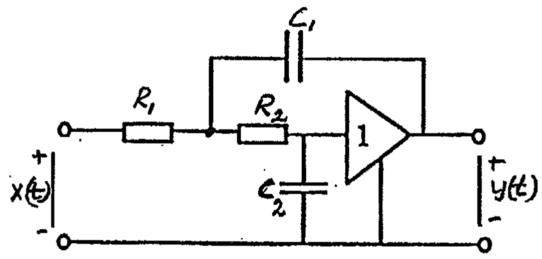
Dimensionera 2:a ordningens RC-länk 1 efter diagram 1), 2:a ordningens RC-länk 2 efter diagram 2) och 2:a ordningens RC-länk 3 efter diagram 3). Kaskadkoppla sedan länkarna.



Totalt har vi fått ett 6:e ordningens filter.

Realisering av ett standardfilter av LP-typ

En vanlig realisering av ett LP-filter av 2:a ordningen är nedanstående koppling. Filtret innehåller en förstärkare med förstärkningen +1 (UG-filter där UG=Unity Gain).



Man kan visa att överföringsfunktionen blir

$H_{LP}(s)= Y(s)/X(s)= \{1/(R_1R_2C_1C_2)\}/\{s^2+ (s/C_1)(1/R_1+ 1/R_2)+ 1/(R_1R_2C_1C_2)\}$

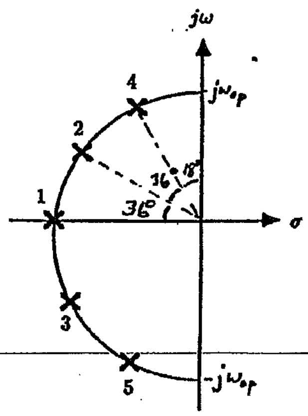
Om man jämför detta med ovanstående uttryck för LP-länk fås.

$K= \omega_{0p}^2= 1/(R_1R_2C_1C_2)$
$2\sigma_p= (1/C_1)(1/R_1+ 1/R_2)$

Om man väljer $R_1= R_2= R$ fås
$C_1= 1/(R\sigma_p)$
$C_2= \sigma_p/(\omega_{0p}^2R)$
Vi kan alltså räkna fram komponentvärdena om man känner polernas läge.

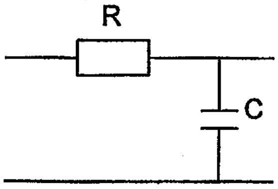
Ex. Dimensionera ett Butterworth-filter av 5:e ordningen. Filtert skall vara av LP-typ med gränsvinkelfrekvensen ω_0= 1000 rad/s.

Filtret får pol-nollställediagrammet:



Länk 1 (pol 1)

Den reella polen 1 kan realiseras med en RC-länk



$\sigma_p = \omega_{0p} = 1/(RC)$= Gränsvinkelfrekvensen för RC-kretsen.
Välj t. ex. R= 10 kohm
Detta ger $C=1/(10^4 10^3)= 0,1\ \mu F$
För Butterworth-filter är gränsvinkelfrekvensen ω_0= Avståndet mellan origo och polerna ω_{0p}.

Länk 2 (polparet 2,3)

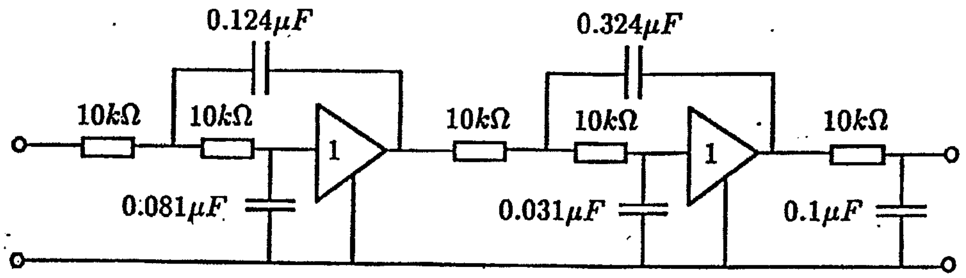
Resistanserna kan väljas godtyckligt men vi får enklast beräkningar om vi väljer dom lika stora t. ex 10 kohm.
Kondensatorvärdena kan beräknas med
$C_1= 1/(R\sigma_p)= 1/(10^4\cdot 809)= 0,124\ \mu F$
$C_2= \sigma_p/(\omega_{0p}^2 R)= 809/(1000^2\cdot 10^4)= 80,9$ nF
Där σ_p är beloppet av polernas realdel.

Länk 3 (polparet 4,5)

Om resistanserna väljes till 10 kohm fås
$C_1= 1/(R\sigma_p)= 1/(10^4\cdot 309)= 0,324\ \mu F$
$C_2= \sigma_p/(\omega_{0p}^2\cdot R)= 309/(1000^2\cdot 10^4)= 31$ nF

Observera att RC-länkarna dimensioneras efter polpar (poler som kan speglas i σ-axeln)
Ev. får man dimensionera en enkel RC-krets efter en reell pol.

Det slutgiltiga kopplingsschemat blir:



Filtret får ändlig inimpedans och utimpedansen blir relativt hög dvs utsignalen blir beroende av signalkällans och belastningens impedanser. Genom att lägga till ett buffertsteg (förstärkare med låg utimpedans) på utgången kan belastningens inverkan minskas.

Laborationsuppgift

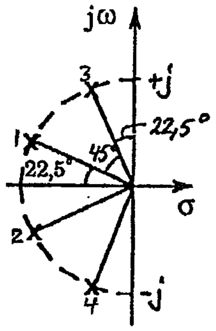
Uppgiften avser dimensionering och utvärdering av aktiva lågpassfilter.

Uppgift1

Dimensionera ett aktivt lågpassfilter av Butterworthtyp med gradtalet n=4.
Välj själv filtrets gränsfrekvens $f_0 = \omega_0 /2\pi$, säg mellan 100 och 500 Hz.

f_0 = ... valt värde
Välj standardfiltret UG med förstärkningen A=1.

Ett normaliserat filter (ω_0= 1) har poler på en halvcirkel med radien = 1 (se boken sid 301):

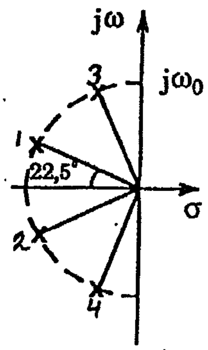


Vinkeln mellan polerna är 180° /n.
För 4 poler fås α= 180° /4 = 45°

Räkna fram polernas placering.
Pol 1 och 2:s placering : $p_{1,2} = a_1 \pm jb_1$. =.................... för normerat filter.

Pol 3 och 4:s placering: $p_{3,4} = a_2 \pm jb_2$ = ... " " "

Kontrollera polvärdena med tabell i formelsamling.
Det verkliga filtret skall inte ha gränsvinkelfrekvensen = 1 utan ω_0 .Detta filters poler hamnar på en halvcirkel med radien ω_0 .



Om ovanstående polvärden multipliceras med ω_0 så fås det verkliga filterets polplacering:

$p_{1,2} = \omega_0 (a_1 \pm jb_1)$ = ... för det verkliga filtret.

$p_{3,4} = \omega_0 (a_2 \pm jb_2)$ = ... " " " "

Från LP-filtrets ekv.

$H_{LP}= K/(s^2+ 2\sigma_p s+ \omega_{0p}^2)$

fås att nämnaren rötter blir $-\sigma_p \pm j\sqrt{(\omega_{0p})^2 - (\sigma_p)^2}$
För Butterworth-filter är $\omega_{0p} = \omega_0$.
Nämnarens rötter är lika med polerna för det verkliga filtret.
Uttrycket under UG-kopplingen skall vara lika med ovanstående uttryck för H_{LP} om förstärkningen A= 1.
Vi låter filtret bestå av två kaskadkopplade 2-gradsfilter enl. ex. ovan.

För RC-nät 1 (polerna 1 och 2) fås:

$\sigma_p = -a_1 \cdot \omega_{0p}$ = ...

$Q_1 = \omega_{0p} /(2\sigma_p)$ = ...
Välj motståndsvärdena på R1 och R_2 i UG-kopplingen och räkna fram kondensatorvärdena C_1 och C_2 m. hj. a. formeln under UG-kopplingen. Obs! Formlerna för C_1 och C_2 från sid. 3

gäller bara om $R_1=R_2$.

$R_1=$ .... $C_1=$ ....

$R_2=$ .... $C_2=$ ....

Obs! På labbet har vi bara resistansvärden från E-12 serien och kondensatorvärden från E-6 serien. Eftersom vi har glesare mellan kondensatorvärdena är det kanske mer praktiskt att först välja kondensatorvärdena och därefter beräkna resistansvärdena.
Om dina värden hamnar långt ifrån standardvärdena så bör du räkna om ovanstående värden.

$R_{1korr}=$ .... $C_{1korr}=$ ....

$R_{2korr}=$ .... $C_{2korr}=$ ....

För RC-nät 2 (polerna 3 och 4) fås:

$\sigma_p = -a_2\, \omega_{0p} =$ ....

$Q_2 = \omega_{0p} / (2\sigma_p) =$ ....

Välj motståndsvärden och beräkna kondensatorvärdena enligt ovanstående.
Korrigera ev. komponentvärdena i efterhand vid val från E-serierna.

$R_1=$ .... $C_1=$ ....

$R_2=$ .... $C_2=$ ....

<u>Uppgift 2</u>

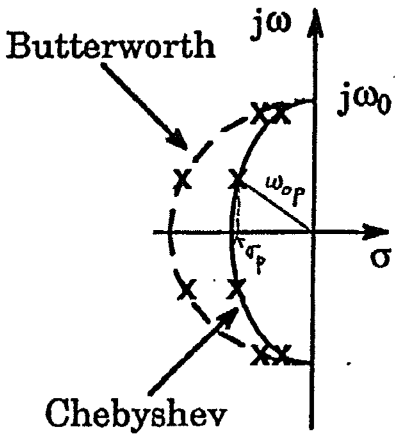
Dimensionera samma lågpassfilter som i uppgift 1 men byt Butterworthfiltret mot ett Chebyshevfilter med ett rippel på max. 2 dB i passbandet.
Leta upp polernas placering i formelsamlingens tabell (gradtalet n=4 och 2 dB rippel).
Polernas placering gäller för normerat filter. Det icke normerade filtrets poler fås genom att multiplicera med gränsvinkelfrekvensen ω_0 enl. föregående uppgift.
Polernas placering för det icke normerade filtret:

$p_{1,2} =$ ....

$p_{3,4} =$ ....
LP-filtret har samma systemfunktion som uppgift1.

$H_{LP}(s) = k/(s^2 + 2\sigma_p s + \omega_{0p}^2)$

Observera att avståndet från origo till polerna ω_{0p} inte är lika med gränsvinkelfrekvensen ω_0.



Använd polernas placering för att räkna fram

σ_p = ... för RC-nät 1 (polerna 1 och 2)

Q_1 = ... " " " "

ω_{0p}= .... " " " "

σ_p = ... för RC-nät 2 (polerna 3 och 4)

Q_2 = ... " " " "

ω_{0p}= .... " " " "

Välj motstånds-(kondensator)värden och beräkna kondensator-(motstånds)värden enl. uppgift 1.

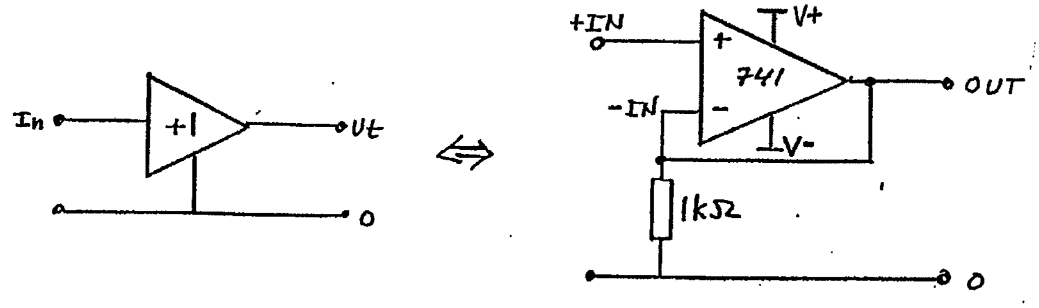
R_1=	C_1=	för RC-nät 1
R_2=	C_2=	" " "
R_1=	C_1=	för RC-nät 2
R_2=	C_2=	" " "

Uppgift 3 **Simulering av filtrets frekvensgång och stegsvar**

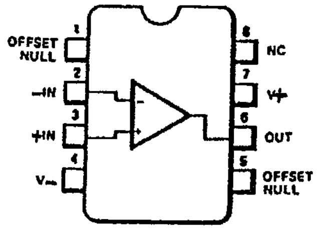
Bestäm filtrens frekvensgång och stegsvar med dator. Simulera filtren i PSpice. Ett kopplingsschema över de två kaskadkopplade stegen finns redan inlagt i OrCad Lite/ Capture. Om du dubbelklickar på resistans- och kapacitansvärdena så kan du ändra värdena till dina beräknade värden.
Använd AC-svep för att plotta frekvenskurvorvorna och transientanalys för att plotta filtrens stegsvar. Kontrollera att filtrens gränsfrekvens överensstämmer med din valda gränsfrekvens. Du har räknat fel om du får en alltför stor avvikelse.
Efter uppmätning av kurvorna kan du jämföra de simulerade kurvorna med de uppmätta. Blir gränsfrekvenserna lika?
Alla kurvor bifogas din redogörelse.

Uppgift 4 **Uppmätning av filtrens frekvensgång och stegsvar.**

Koppla upp filtren i uppgift 1 och 2.
M. hj. a. OP-förstärkare 741 kan man skapa förstärkarsteget i UG--steget.



741:s benkonfiguration:



Låt matningsspänningarna vara V+ = +15 V och V- = -15 V.

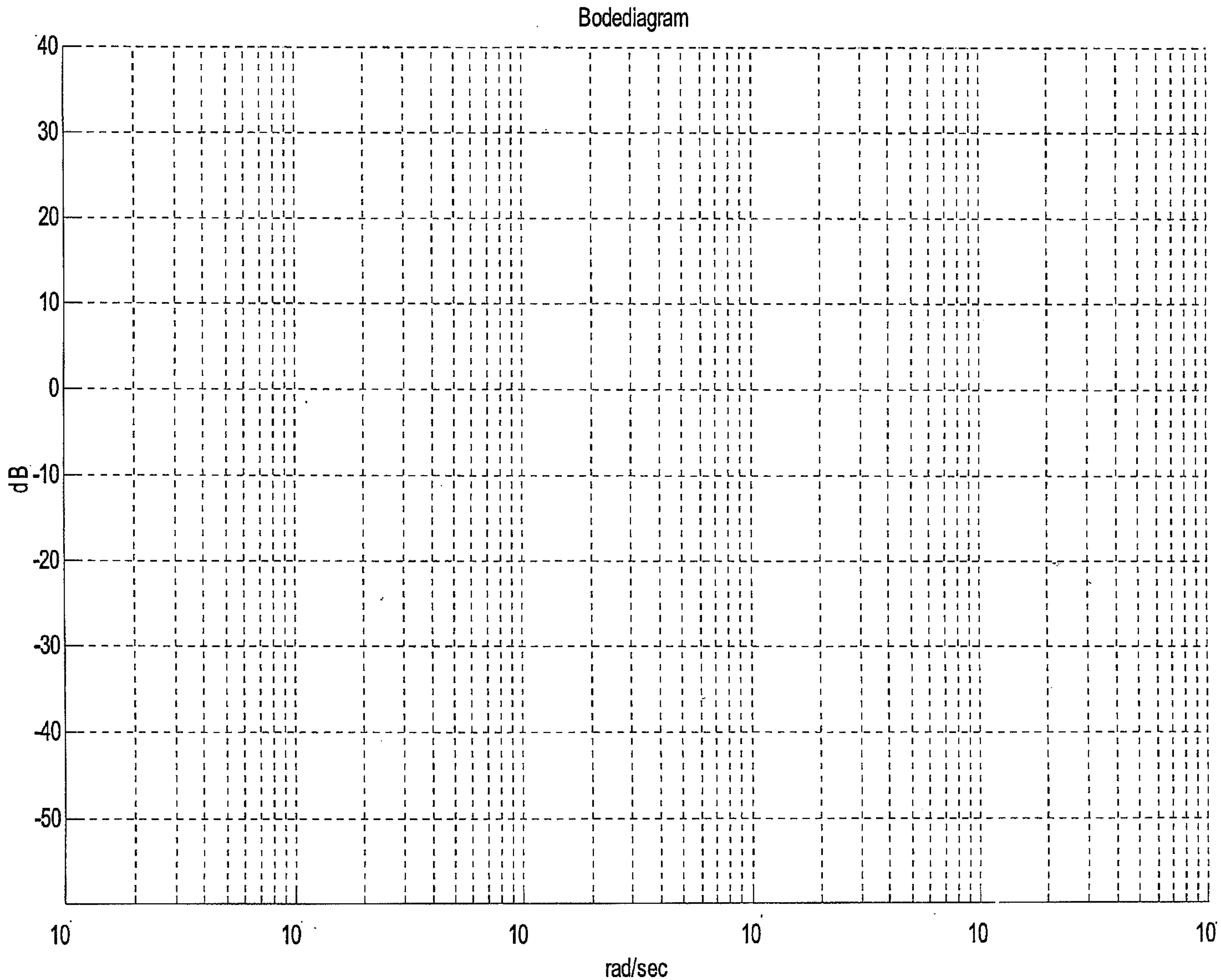
Använd sinusspänning från en LF-generator som insignal. Mät in- och utsignalen från de två kaskadkopplade stegen med oscilloskop. Beräkna U_{ut}/U_{in} i dB som funktion av frekvensen över minst 3 dekader runt gränsfrekvensen. Välj mätfrekvenserna ganska tätt i närheten gränsfrekvensen så att ripplet och gränsfrekvensen verkligen framgår.
För Butterworth-filtert gäller att utspänningen sjunkit 3 dB eller till $1/\sqrt{2}$ vid gränsfrekvensen. Gränsfrekvensen för Chebyshevfiltert då förstärkningen är 1 på den branta flanken.
Rita U_{ut}/U_{in} som funktion av frekvensen på lin-log-papper för både Butterworth- och Chebyshevfiltret.
Använd diagrammen för bestämning av gränsfrekvensen.
Filtrens stegsvar fås om insignalen ändras från sinus- till fyrkantvåg. Studera utsignalens flanker och ev. översvängar på oscilloskopsskärmen. Skissera stegsvaren från skärmen.

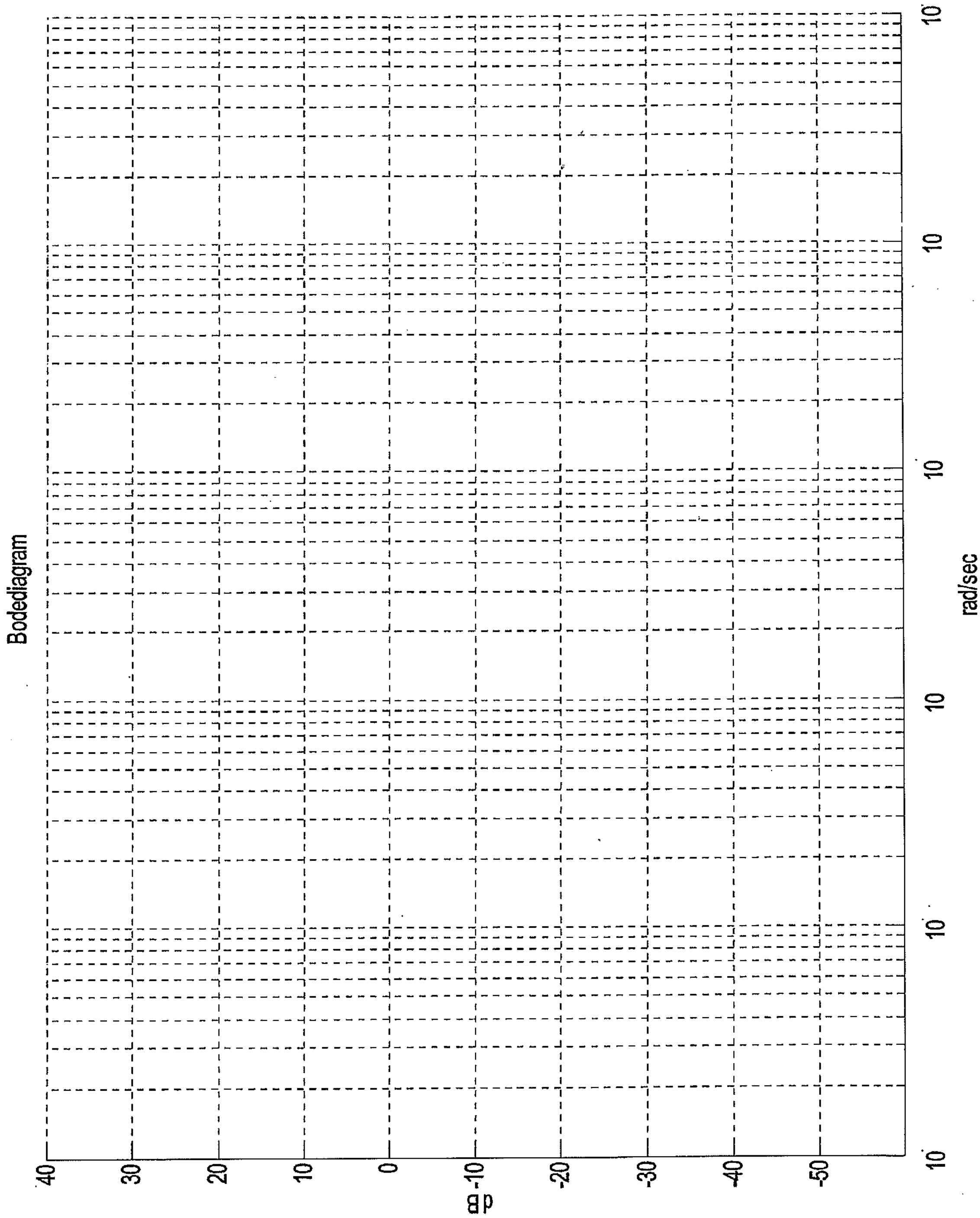
Vad är de största skillnaderna mellan Butterworth- och Chebyshevfiltret?

....

....

Alla kurvor bifogas din redogörelse.


Bodediagram
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
dB
10
10
10
10
10
10
rad/sec



Bodediagram
dB
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
rad/sec
10
10
10
10
10
10