Lösningsförslag till tentamen för E2/Mek2/D2 030816 i Reglerteknik

1

A) Bandbredden, anger hur högt i frekvens som systemet fungerar tillfredsställande.
Avläsning sker på amplitudkurvan och när denna har fallit -3dB under statiska förstärkningen.

B) $K = 40$

c) I ett dynamiskt där finns tiden med som en variabel och påverkar hur stora utsignaler som vi har, inte enbart insignalens storlek. (gäller för ett statiskt)

d) Om man lägger polerna nära origo så vill man att systemet skall svänga in snabbt på väldigt få sampl.steg om detta är möjligt i praktiken beror på vilken samplingstid vi har valt. Väljer vi denna väldigt liten så krävs att denna skall vara snabb. Genom att lägga polerna nära origo så blir styrsignalamplituderna stora. De kanske bli större än vad styrdonet klarar av.

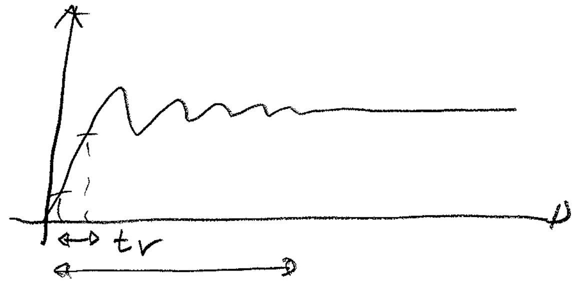
e)
- Man bör filtrera denna signal innan den skickas ut.
- Eventuellt bör man också undvika börvärdessteg in på D-delen utan enbart utsignalen.

f) Anti-aliasfilter är ett analogt LP-filter som läggs i återkopplingen med en gränsfrekvens som är halva sampl.frekvensen.

1 forts.

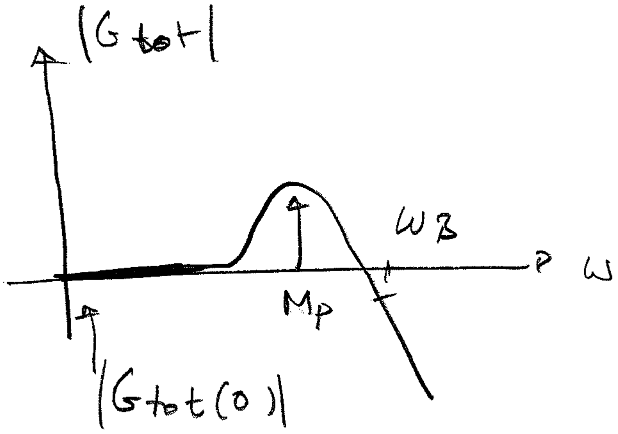
g) Anti-windup är ett sätt att begränsa integrationen, så att den inte integreras upp till värden som vida överstiger vad styrdon och annat kan ta emot.
A/D-omvandlare

h) t_r - stigtid (10% → 90%)
t_s - insvängningstid
(2%, 5%)



insvängn.tiden kan vara väldigt stor och t_r väldigt liten för ett system med dåliga stabilitetsmarginaler.

i)



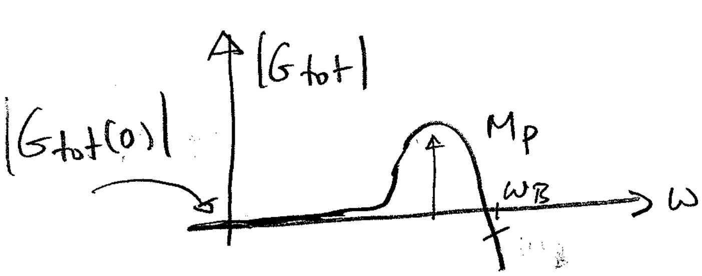
ω_B - bandbredd
$|G_{tot}(0)|$ - lågfrekv. förstärkningen
⇓
kvarstående fel
M_p - resonanstopp
(samband till översväng och φ_m)

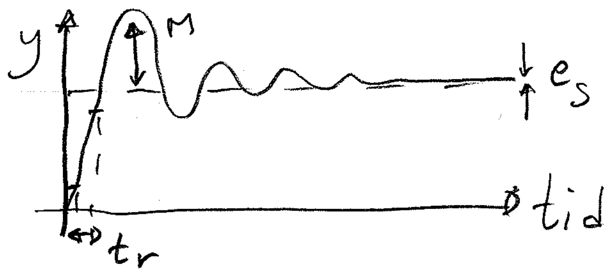
j)

$$\omega_B \sim \frac{1}{t_r}$$ (ju större ω_B, desto mindre t_r)

$|G_{tot}(0)|$ ⟷ kvarstående fel (om $|G_{tot}(0)| = 1 \rightarrow e_s = 0$)

M_p ⟷ M, översväng (ju större M desto större M_p)





2. Ansätt $G_p(s) = \dfrac{K}{(1+Ts)(1+aTs)}$ där $T = \dfrac{t_{2/3}}{P(1+a)}$

a)

$$\begin{cases} t_{2/3} \approx 1{,}4 \text{ sek} \\ t_{1/3} = 0{,}65 \text{ sek} \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{t_{2/3}}{t_{1/3}} \approx 2{,}15$$

Ur diagram 7.1 & 7.2 fås: $\begin{cases} a = 0{,}23 \\ P = 1{,}102 \end{cases}$

$$T \approx \frac{1{,}4}{1{,}102 \cdot 1{,}23} \approx 1{,}03$$

$aT \approx 0{,}24$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{0{,}25}{0{,}5} = 0{,}5$$

$$G_p(s) \approx \frac{0{,}5}{(1+s)(1+0{,}25s)}$$

---

b) Ur graf fås $\begin{cases} a = 0{,}02 \\ L = 0{,}2 \text{ sek} \\ T = 1{,}3 \text{ sek} \end{cases}$

$$G_{PI} = K\left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)$$

där $\begin{cases} K = \dfrac{0{,}35}{0{,}02} = 17{,}5 \\ T_i = 1{,}2 \cdot T \approx 1{,}56 \end{cases}$

---

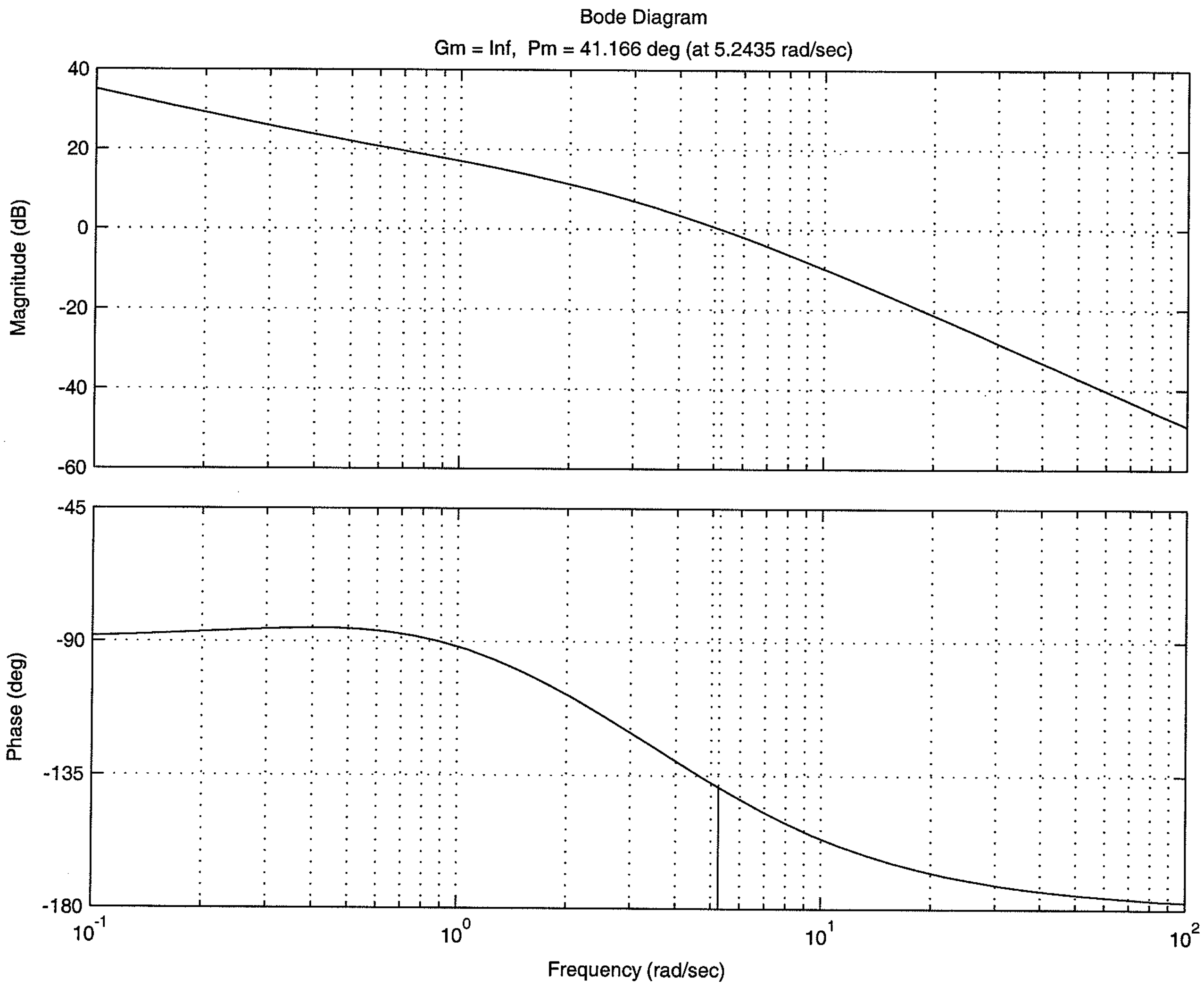
c) Kretsöverföring: $G_R \cdot G_p = \dfrac{0{,}5}{(1+s)(1+0{,}25s)} \cdot 17{,}5 \left(\dfrac{s1{,}56+1}{s1{,}56}\right)$

Amplitudfunktion: $|G_R \cdot G_p| \approx \dfrac{5{,}6 \cdot \sqrt{(\omega \cdot 1{,}56)^2+1}}{\sqrt{\omega^2+1}\sqrt{\frac{\omega^2}{16}+1}\ \omega}$

Fasfunktion: $\angle G_R G_p = \arctan(\omega \cdot 1{,}56) - 90^\circ - \arctan(\omega) - \arctan(0{,}25\omega)$

$$\begin{cases} \omega_c = 5{,}24 \\ \omega_\pi = \infty \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \varphi_m \approx 41{,}2^\circ \\ A_m \approx \infty \end{cases}$$

2 forts.


Bode Diagram
Gm = Inf, Pm = 41.166 deg (at 5.2435 rad/sec)
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
Phase (deg)
-45
-90
-135
-180
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/sec)

3.

Ur amplitudkurvan fås:

HF-asymptoten lutar -60dB/dek

LF-asymptot lutar -20dB/dek

Ur faskurvan fås:

HF: → -270° tyder på 3:e ordn. i nämnaren.

LF: → -90° tyder på integration

Verkar inte finnas någon dynamik i täljaren eftersom inga tecken på att faskurvan får positiv fasvridning någonstans eller att amplitudkurvan planar ut och får minskad lutning.

Modellförslag:

$$G(s) = \frac{K}{s(1+Ts)^2}$$ (enklaste modellen)

LF-asymptoten:

$\frac{K}{s}$ där K blir ca: 1 om vi förlänger asymptoten och ser var den skär 0dB linjen.

Ansätt 1 brytpunkt (det skulle kunna finnas 2 stycken).

$\omega = \frac{1}{T}$ Den skulle i så fall vara där HF- och LF asymptoten skär varandra. ($\omega \simeq 3$ rad/s)

Avvikelse till verklig kurva $\simeq 2.3$dB (verkar stämma.)

Fasvridningen vid samma frekvens $-180° = -90° + 2(-45°)$ verkar stämma.

Förslag:

$$G(s) = \frac{1}{s\left(1+\frac{s}{3}\right)^2}$$

4.

Process: $\dot{y}(t) + 3\,y(t) = u(t)$

$$sY(s) + 3\,Y(s) = U(s)$$

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+3} \quad \xrightarrow{\{\text{F.S. sid 13}\}} \quad H_p(z) = \frac{1}{3}\,\frac{1-e^{-0,3}}{z-e^{-0,3}} = \frac{1}{3}\,\frac{(1-e^{-0,3})z^{-1}}{1-e^{-0,3}z^{-1}}$$

$$H_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{0,0864z^{-1}}{1-0,741z^{-1}}$$ $1 = \text{grad } B(z) = \text{grad } A(z)$

Tag fram en integrerande polplac. regulator.

grad C = grad B = 1 $\qquad C(z) = 1 - z^{-1}$

grad D = grad A = 1 $\qquad D(z) = d_0 + d_1 z^{-1}$

$P(z) = (1 - 0,2\,z^{-1})$ $\qquad$ Polynomidentiteten: $P = AC + BD$

$$(1-0,2z^{-1}) = (1-e^{-0,3}z^{-1})\cdot(1-z^{-1}) + \tfrac{1}{3}(1-e^{-0,3})z^{-1}\cdot(d_0+d_1z^{-1})$$

identifiering ger:

$$\begin{cases} d_0 = \dfrac{e^{-0,3}+0,8}{\frac{1}{3}(1-e^{-0,3})} \approx 17,8 \\[2ex] d_1 = \dfrac{e^{-0,3}}{\frac{1}{3}(1-e^{-0,3})} \approx 8,6 \end{cases}$$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} \approx 9,26$$

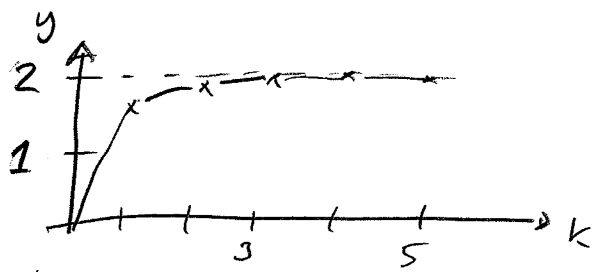
$$\frac{Y}{R} = \frac{K_r \cdot B}{P} \approx \frac{9,26 \cdot \frac{1}{3}(1-e^{-0,3})z^{-1}}{1-0,2z^{-1}} \approx \frac{0,8z^{-1}}{1-0,2z^{-1}}$$ "överföring fr. börvärde till utsignal"

$$\frac{Y}{V} = \frac{BC}{P} = \frac{0,086z^{-1} - 0,086z^{-2}}{1-0,2z^{-1}}$$ "överföring fr. störning till utsignal"

Tag fram differensekv.

$y(k) = 0,2\,y(k-1) + 0,8\,r(k-1)$

			k
0	0	0	0
1,6	0	1,6	1
1,92	0,32	1,6	2
1,984	0,384	1,6	3
1,997	0,397	1,6	4



Väsentligen insvängd!

4 forts.

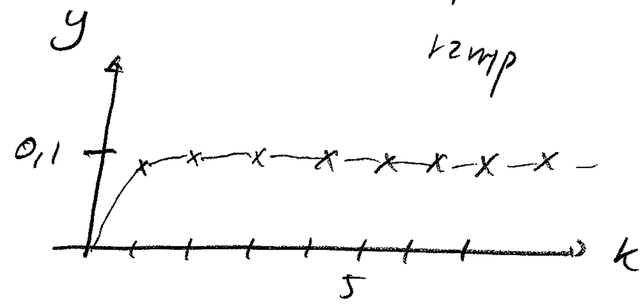
Differensekvation:

k	$y(k)$	$= 0{,}2\, y(k-1)$	$+ 0{,}086\, v(k-1)$	$- 0{,}086\, v(k-2)$
0	0	0	0	0
1	0.086	0	0,086	0
2	0,103	0.017	0,086 · 2	− 0,086
3	0,107	0,021	0.086 · 3	− 0,086 · 2
4	0,107	0.021	0.086 · 4	− 0.086 · 3
5	0,107	0.021	0.086 · 5	− 0.086 · 4
6	0,107	0.021	0.086 · 6	− 0,086 · 5
7	0,107	0.021	0.086 · 7	− 0.086 · 6

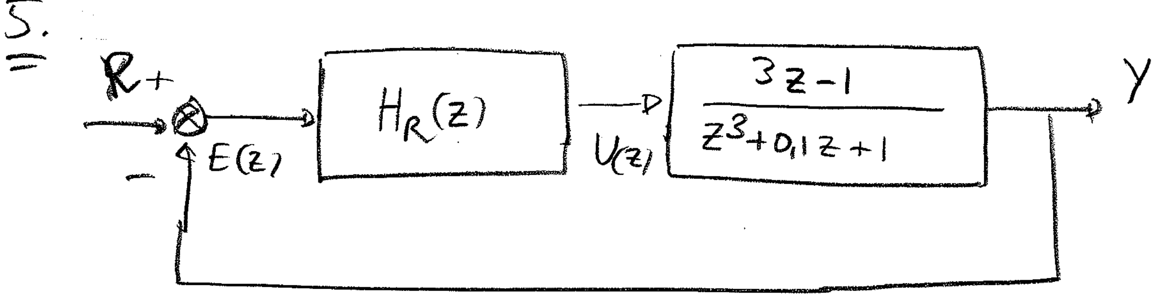
konstant fel vid ramp verkar troligt!

ramp

ramp



5.



regulatorn kan skrivas om:

$$\begin{cases} \dfrac{W(z)}{E(z)} = \dfrac{1}{1-z^{-1}} & \text{(Ekv 1)} \\ U(z) = 2\cdot E(z) + 3\,W(z) & \text{(Ekv 2)} \end{cases}$$

Substituera **bort** $W(z)$!

$$H_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{5-2z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{5z-2}{z-1}$$

$$e(\infty) = \lim_{k\to\infty} e(k) = \lim_{z\to 1}(z-1)\, R(z)\left(1-\frac{Y}{R}\right) = \lim (z-1)R\cdot\left(1 - \frac{\frac{(5z-2)}{z-1}\cdot\frac{3z-1}{z^3+0{,}1z+1}}{1+\frac{(5z-2)}{(z-1)}\cdot\frac{(3z-1)}{z^3+0{,}1z+1}}\right)$$

$$\lim (z-1)\, R\cdot\left(\frac{(z-1)(z^3+0{,}1z+1) + \cancel{(5z-2)(3z-1)} - \cancel{(5z-2)\cdot 3(z-1)}}{(z-1)\cdot(z^3+0{,}1z+1)+(5z-2)(3z-1)}\right)$$

Fel vid steg $R = \frac{z}{z-1}$: $e(\infty) = 0$

Fel vid ramp: $R = \frac{2z}{(z-1)^2}$ ∴ $e(\infty) = \lim_{z\to 1} \frac{2\cdot z}{\cancel{(z-1)}} \frac{\cancel{(z-1)}(z^3+0{,}1z+1)}{((z-1)(z^3+0{,}1z+1)+(5z-2)(3z-1))} = 0{,}70$

5. forts. Vi har en PI-regulator här $\begin{cases} K = 2 \\ T_i = 2/3 \end{cases}$

Efter vi har kontrollerat storleken på felen så hade vi kunnat sluta, men dessa gränsvärden gäller enbart om stabilt system.

Schur-Coons stab. kriterium ger:

$$z^4 + 0{,}1z^2 + z - z^3 - 0{,}1z - 0{,}1 + 15z^2 - z + 2 = 0$$

$$z^4 - z^3 + 15{,}1z^2 - 0{,}1z + 1{,}9 = 0$$

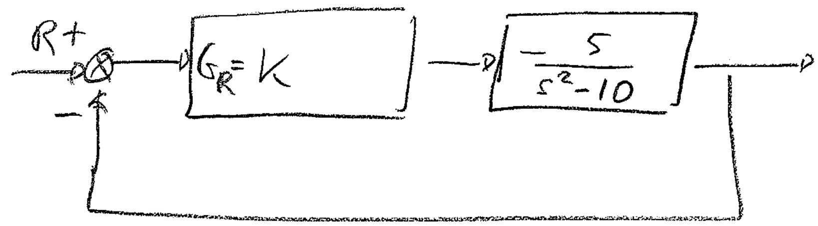
$a_0 = 1$, $a_1 = -1$, $a_2 = 15{,}1$, $a_3 = -0{,}1$, $a_4 = 1{,}9$

$b_0 = a_0^2 - a_4^2 = 1 - 1{,}9^2 < 0$ { Alla a_0, b_0, c_0 & $d_0 > 0$ för stabilitet! }

instabilt system!

Åtgärd förläng integrationstiden hos PI-regulatorn.

6.



A)

karakt. ekv. : $1 - \frac{5K}{s^2-10} = 0 \iff s^2 - 10 - 5K = 0$

$s = 10 + 5K$ pol i HHP

$5K < -2$ stabiliserar systemet!

B) $G_R = K(1 + sT_d)$

Karakt. ekv: $1 - K(1 + sT_d)\frac{5}{s^2-10} = 0 \iff s^2 - 10 - 5K - s5T_dK = 0$

Routh-Hurwitz ger:

s^2	1	$-(10+5K)$
s^1	$-5T_dK$	0
s^0	$-(10+5K)$	

Stabilt om $-T_dK > 0$ & $K < -2$

dvs $\begin{cases} K < -2 \\ T_d > 0 \end{cases}$

6c forts

c)

$$G_R = K\left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) = \frac{sKT_i + K}{sT_i}$$

Karakt. ekvation:
$$1 - \frac{5}{s^2-10} \cdot \frac{(sKT_i + K)}{sT_i} = 0$$

$$(s^2 - 10)\cdot sT_i - s5KT_i - 5K = 0$$

$$s^3 T_i - 10sT_i - s5KT_i - 5K = 0$$

Routh-Hurwitz:

s^3	T_i	$-(10T_i + 5KT_i)$
s^2	0	$-5K$
s^1		
s^0		

Kan ej stabiliseras!