LÖSNINGSFÖRSLAG TILL TENTAMEN 030604 I REGLERTEKNIK för E2/D2/Mek2

a) Amplitudmarginal: anger hur mycket man kan öka förstärkningen inuti reglerloopen innan systemet blir instabilt.

Fasmarginalen: anger hur mycket extra negativ fasvridning som kan läggas till reglerloopen innan systemet blir instabilt.

b) Bodediagram "öppna": ω_c lämplig snabbhetsparameter

— " — "slutna": ω_B - bandbredd — " —

stegsvar : t_r - stigtiden — " —

c) Identifiering m.h.a. stegsvar. Man håller ett system eller en process i vila (jämvikt) sedan utsätter man systemet/processen för en stegändring i insignalen. Utseendet på stegsvaret jämförs med tabellerade stegsvar av lägre ordning. Dominante egenskaper som förstärkning, tidskonstanter & dödtid identifieras.

Identifiering m.h.a. frekvensanalys. En process i vila utsätts för sinusformade insignaler av olika frekvens. Svaret från processen blir att de är dämpade/förstärkte samt fasvridna. För varje frekvens läggs de in i ett Bodediagram och kurva ritas upp och identifieras.

d) En polplac.regulator där alla poler ligger i origo, snabbast tänkbara insvängning.

e) I en polplac.regulator föreskriver man placera slutna systemets poler för att få önskade stegsvar. Bygger på modellering.
I en PI-reg. föreskriver man justera PI-parametrar så att önskat beteende erhålls i regel ingen modellering.

f) Behövs för att ta bort kvarstående fel. Bidrar med negativ fasvridning. Försämrar stab.marginaler

g) Förbättrar fasmarginalen, snabb respons på insignaler.
Brus- och störn.känslig i praktiken.

2

Läs in $r(k), y(k)$!

$K = 5$

$T_i = 10$, $T_d = 2{,}5$

$h = 0{,}1$ sek

$e(k) = r(k) - y(k)$ % reglerfel bildas

$u_I(k) = u_I(k-1) + \frac{Kh}{T_i} \cdot e(k)$ % integrator

$u(k) = K \cdot e(k) + u_I(k) + \frac{K \cdot T_d}{h} \cdot \left(e(k) - e(k-1)\right)$ % totala styrsignalen räknas ut.

% Kolla om det är större än max-tillåtna. $u_{max} = 5$, $u_{min} = -5$

D v s implementera även anti-windup

$$v(k) = \begin{cases} u_{max}, & \text{om } u \geq u_{max} \\ u & \text{om } u_{min} < u < u_{max} \\ u_{min} & \text{om } u \leq u_{min} \end{cases}$$

Dra ifrån skillnaden mellan $v(k) - u(k)$ och lägg till integratorn.

3. Insignal har amplitud 1,5

A) Utsignalen är fördröjd 1 sek med amplitud 1.2

$$G_p = \frac{K_p e^{-sL}}{1+sT} = \frac{0{,}8 e^{-s}}{1+s\,1{,}1} \qquad K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{1{,}2}{1{,}5} = 0{,}8$$

T avläses som 63% av slutvärdet på utsignalen dra bort dödtiden $L = 1$ sek. $\Rightarrow T = 1{,}1$ sek

Svar: $G_p = \dfrac{0{,}8\, e^{-s}}{1+1{,}1 s}$

B) Använd ~~Ziegler~~ Nichols stegsvarsmetod för att göra en inställning:

$$G_{PI} = K\left(1+\frac{1}{sT_i}\right) = \frac{0{,}9 \cdot T}{K_p \cdot L}\left(1+\frac{1}{s \cdot 3L}\right)$$

$$\approx 1{,}25\left(1+\frac{1}{3s}\right)$$

4. Enligt faskurvan är det ett 2:a ordn. system eftersom kurvan går mellan $0° \rightarrow -180°$ på ett asymptotiskt sätt.
Tittar vi på amplitudkurvan så ser vi 2 asymptoter.
LF: 0 dB/dek och HF: -40 dB/dek.

Testa med $\dfrac{K}{(1+sT)^2}$ om $\omega = \frac{1}{T}$ brytfrekvens, vid $-90°$ fasvridning skall vi ha en avvikelse mellan ~~asymptot~~ och verkliga kurvan på -6 dB, håller inte!

Testa med $\dfrac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$ $K = 0{,}8$ (-2 dB)

Brytfrekv. $\frac{1}{T_1} \approx 0{,}8$ och $\frac{1}{T_2} \approx 12$

Stabilitetsmarginaler är $\begin{cases} A_m = \infty \\ \varphi_m = \text{ej def.} \end{cases}$ eftersom fas- och amplitud varken står -180° eller korsar 0 dB!

5.

$$G_p(s) = \frac{3}{s(s+5)} = \frac{3/5}{s(0{,}2s+1)}$$

samplingstid $h = 1$ sek

A) Polplac.regulator icke-integrerande typ

$$G_p(s) \xrightarrow{Z} H_p(z) = \frac{\frac{3}{5}\cdot 0{,}2\left(e^{-1/0{,}2} - 1 + \frac{1}{0{,}2}\right)z^{-1} + \left(1 - e^{-1/0{,}2}\left(1+\frac{1}{0{,}2}\right)\right)z^{-2}}{1-\left(1+e^{-1/0{,}2}\right)z^{-1} + e^{-1/0{,}2}z^{-2}} =$$

$$= \frac{0{,}12\left(4+0.0067\right)z^{-1} + 0{,}12\left(1-e^{-5}\cdot 6\right)z^{-2}}{1 - 1.0067z^{-1} + 0.0067z^{-2}} \approx \frac{0{,}481z^{-1} + 0{,}115z^{-2}}{1-1{,}007z^{-1} + 0{,}007z^{-2}}$$

$$H_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \qquad \mathrm{grad}(P) = \mathrm{grad}(A) + \mathrm{grad}(B) - 1 = 3$$

(alla poler i origo) $P(z) = 1$

$\mathrm{grad}(C) = \mathrm{grad}(B) - 1 = 2-1 = 1$, $C(z) = 1 + c_1 z^{-1}$

$\mathrm{grad}(D) = \mathrm{grad}(A) - 1 = 2-1 = 1$, $D(z) = d_0 + d_1 z^{-1}$

Polynomidentiteten: $P(z) = AC + BD$

$$1 = \left(1 - 1.007z^{-1} + 0.007z^{-2}\right)\left(1 + c_1 z^{-1}\right) + \left(d_0 + d_1 z^{-1}\right)\left(0{,}481z^{-1} + 0{,}115z^{-2}\right)$$

$$1 = 1 - 1.007z^{-1} + 0.007z^{-2} + c_1z^{-1} - 1{,}007c_1z^{-2} + 0.007c_1z^{-3} + 0{,}481d_0z^{-1} + 0{,}115d_0z^{-2} + 0{,}481d_1z^{-2} + 0{,}115d_1z^{-3}$$

z^{-1}: $0 = -1{,}007 + c_1 + 0{,}481d_0$

z^{-2}: $0 = 0{,}007 - 1{,}007c_1 + 0{,}115d_0 + 0{,}481d_1$

z^{-3}: $0 = 0{,}007c_1 + 0{,}115d_1$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 0{,}183 \\ d_0 \approx 1{,}712 \\ d_1 = -0{,}011 \end{cases}$$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} \approx \frac{1}{0{,}596} \approx 1{,}678$$

$$\frac{Y}{R} = K_r\frac{B}{P} = 1{,}678\left(0{,}481z^{-1} + 0{,}115z^{-2}\right)$$

5 forts. Differensekv. för stegsvaret:

k	$y(k)$ =	$0{,}807\, r(k-1)$ +	$0{,}193 \cdot r(k-2)$
0	0	0	0
1	0,807	0,807	0
2	1	0,807	0,193
3	1	0,807	0,193
4	1	0,807	0,193
samma	↓	↓	↓

Styrsignalen: ges av: $U(z) = \frac{1}{C(z)} \cdot \left(R(z) \cdot K_r - Y(z) \cdot D(z) \right)$

Differensekv:

k	$u(k)$ =	$-0{,}183\, u(k-1)$ +	$1{,}678\, r(k)$ −	$1{,}712\, y(k)$ +	$0{,}011\, y(k-1)$
0	1,678	0	1,678	0	0
1	−0,011	−0,307	1,678	−1,382	0
2	−0,023	+0,002	1,678	−1,712	0,009
3	−0,019	+0,004	1,678	−1,712	0,011
4	−0,019	+0,004	1,678	−1,712	0,011
samma	↓	↓	↓	↓	↓

B)
$$\frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{B/A}{1 + B/A \cdot D \cdot \frac{1}{C}} = \frac{BC}{P} = \left(0{,}481 z^{-1} + 0{,}115 z^{-2}\right) \cdot \left(1 + 0{,}183 z^{-1}\right) =$$

$$= 0{,}481 z^{-1} + (0{,}115 + 0{,}088) z^{-2} + 0{,}021 \cdot z^{-3}$$

$$\frac{Y(1)}{V(1)} = 0{,}481 + 0{,}203 + 0{,}021 = 0{,}705$$

om $V(1) = 2$ så medför detta att utsignalen hamnar på en nivå 1,41 (stationärt fel).

6.

$$\frac{Y}{R} = \frac{K\cdot\frac{1}{s^2+qs}}{1+K\cdot\frac{1}{s^2+qs}} = \frac{K}{s^2+qs+K}$$

A)

Jfr med ett 2:a ordn. system (underdämpat)

$$\frac{Y}{R} = \frac{\omega_0^2}{s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2}$$

Identifiering ger:

$$\begin{cases} K = \omega_0^2 \\ 2\zeta\omega_0 = q \end{cases}$$

Ansats: sätt $K = 1$

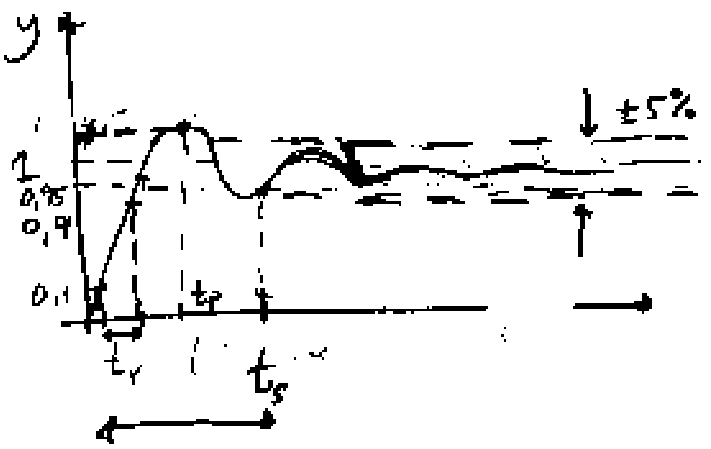
$$\downarrow$$

$$\omega_0 = 1$$

(5%) $t_s = \frac{1}{\zeta\omega_0}\ln\left(\frac{20}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = \frac{1}{\zeta}\cdot\ln\frac{20}{\sqrt{1-\zeta^2}} < 0{,}5$ sek

Går inte att hitta ett ζ, förändra K! Testar på $K = 150 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{150}$

$\Rightarrow \zeta \geq 0{,}525$ Sätt $\zeta = 0{,}52$



$$\frac{Y(1)}{R(1)}_{ss} = \frac{K}{K} = 1$$ inget kvarstående fel.

$$\begin{cases} M = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \approx 0{,}15 \\ t_p = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}} = 0{,}3 \text{ sek} \\ t_r = \frac{2{,}16\zeta + 0{,}60}{\omega_0} \approx 0{,}14 \text{ sek.} \end{cases}$$

6 b

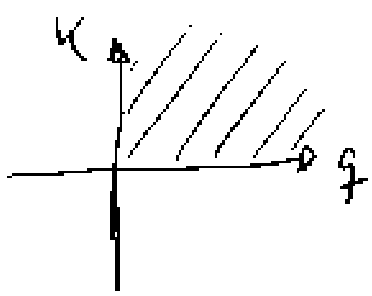
Karakt. ekv: $1 + K \cdot \frac{1}{s^2+qs} = 0$

$$s^2 + qs + K = 0$$

Routh-Hurwitz ger:

s^2	1	K	
s^1	q	0	$q > 0$
s^0	$\frac{qK}{q}$	0	$K > 0$

Stabilt för alla $q \,\&\, K > 0$



7

Kar.EKV: $1 + K\left(1+\frac{1}{s}\right)\cdot\frac{1}{s^2+qs} = 0$

a)

$$s^3 + qs^2 + K(s+1) = 0$$

R-H:

s^3	1	K	
s^2	q	K	$q > 0$
s^1	$\frac{qK-K}{q}$	0	$(q-1)K > 0$
s^0	K		$K > 0$

om $q < 1$ instabilt för alla K.
Om $q > 1$ så är det stabilt för alla $K > 0$

d v s $A_m = 3_{ggr}$ går inte att ställa in

$A_m = \infty$

b) Kar.ekv:

$$1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)\cdot\frac{1}{s^2+qs} = 0$$

$$T_i s^3 + T_i q s^2 + T_i s + 1 = 0$$

			$T_i > 0$
s^3	T_i	T_i	$q > 0$
s^2	$T_i q$	1	
s^1	$\frac{T_i^2 q - T_i}{T_i q}$	0	$T_i q - 1 > 0$
s^0	1	0	

om $T_i > \frac{1}{q}$ stabilt, d v s går inte hitta ett T_i som vi kan ta med en faktor 3.

$A_m = \infty$