LÖSNINGSFÖRSLAG TILL TENTAMEN I
REGLERTEKNIK för E2/D2/Mek 050314

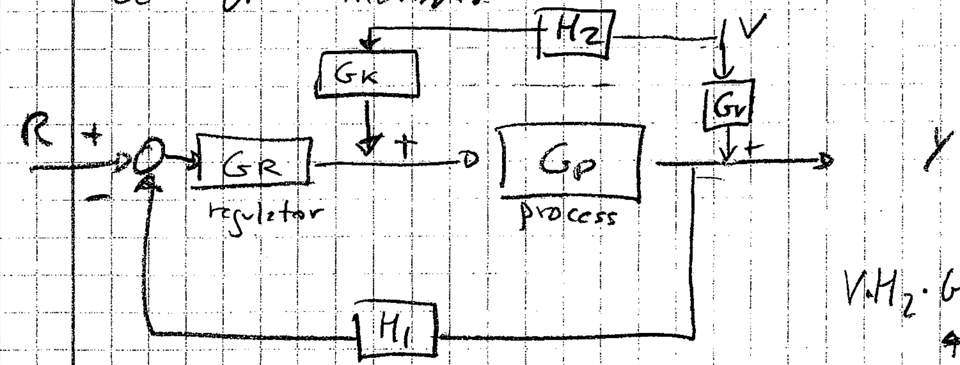
1 a) Vid diskretisering tvingas man sampla en process och därmed introduceras en dödtid på ett sampel, därmed kan det diskreta P-reglerade systemet aldrig bli lika bra som det analoga.

b)

styrdonets snabbhet $\leq h \leq$ bestäms av snabbheten i processen, om processen har en dominerande tidskonstant T.

$$\left( \frac{T}{10} - \frac{T}{20} \right)$$

c) Alla system är utsatta för störningar. Dessa störningars inverkan kan reduceras om de är mätbara. Se nedan! $H_1$ och $H_2$ är sensorer




störningens överför.fkn.

$$V \cdot H_2 \cdot G_K \cdot G_p + V \cdot G_v = 0$$

framkoppl.

välj $G_K = -\dfrac{G_v}{H_2 \cdot G_p}$

d) Om processens överföringsfunktion förändras vid olika arbetspunkter då kommer en regulator som fungerade vid en punkt att tvingas att förändra sig om den skall fungera lika bra vid någon ny arbetspunkt. Kort sagt en adaptiv regulator är en regulator som kan ändra sin dynamik.

e) Vid all sampling föreligger risk att höga frekvenser kan uppfattas som låg frekventa och bli sammanblandade med t.ex. intressant låg frekventa signaler.

Åtgärd är att $f_s \geq 2 \cdot f_0$ . (intressant mätfrekvenser)

samt att Lågpassfiltrera innan samplingen med gränsfrekvens $f_N = f_s/2$ .

---

f) • Fuzzifiering: omvandling av de konventionella till verbala.

• Regler: fastställande av oskarpa regler

• Defuzzifiering: reglernas resultat omvandlas till sifferVärden som används för att ställa in processen.

g) Kretsöverföringen $\Rightarrow$ LF-asymptot $\rightarrow$ kvarstående fel

$\omega_\pi \rightarrow A_m$ stabilitetsmarginal

$\omega_c \rightarrow \varphi_m$

Slutna systemets frekv. fkn: $\Rightarrow$ LF-förstärkn. $\rightarrow$ kvarstående fel

$M_p$ – resonanstopp

$\omega_p$ – resonansfrekvens

$\omega_B$ – bandbredd

h) Lägger man poler i origo, är kraven på att systemet skall svänga in sig snabbt.

(för) Stora styrsignaler, hög känslighet för modellfel.

2.

Relämetoden: används på ett system (slutet) i drift, där man kopplar in ett relä istället för en regulator, åstadkommer en begränsad självsvängning för att få information om hur man bättre skall ställa in regulatorn.

Z-N självsv. metod: görs på ett befintligt system kopplar bort t.ex PID-regulator och ersätter denna med en P-regulator.
Ökar denna tills systemet självsvänger. Kan vara olämpligt.
Får info om hur PID-regulatorn skall ställas in.

Chien, Hrones & Reswicks: identifiering görs på enbart processen, Baserat på hur stegsvaret ser ut.
Därefter ställer man in en PID-regulator.

3. a) Avläsning ger:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{0{,}15}{0{,}4} = 0{,}375 \qquad \begin{cases} t_p = 1{,}25\,\text{sek} = \dfrac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow \omega_0 \approx 3 \\ M = \dfrac{0{,}17-0{,}15}{0{,}15} = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow \zeta = 0{,}545 \end{cases}$$

$$G(s) = \frac{K\cdot\omega_0^2}{s^2+2\zeta\cdot\omega_0 s+\omega_0^2} \approx \frac{0{,}375\cdot 9}{s^2+3{,}27s+9}$$

b) Avläsning ger $t_{1/3} = 1{,}85$ sek, $t_{2/3} = 3{,}7$ sek

$$Q = \frac{t_{2/3}}{t_{1/3}} = 2{,}06$$

$$\left\{\text{Ur figur 7.1} \quad \begin{matrix} a = 0{,}32 \\ \beta = 1{,}11 \end{matrix}\right. \Rightarrow T = \frac{t_{2/3}}{\beta(1+a)} \approx 2{,}53$$

$$G(s) \approx \frac{K}{(1+sT)(1+aTs)} \approx \frac{3{,}5/0{,}7}{(1+2{,}53s)(1+0{,}81s)}$$

3c) Avläsning ur A)

$t_p = 1{,}25$ sek

$t_{s\,5\%} = 2$ sek

$t_r = 0{,}75 - 0{,}15 = 0{,}6$ sek

$M \simeq \frac{0{,}02}{0{,}15} \simeq 13{,}3\,\%$

B) $t_p$ saknas  M saknas

$t_r = 7{,}5 - 0{,}5 \simeq 7$ sek

$t_{s5\%} \simeq 10$ sek

---

4.

Räkna om förstärkningen till dB med $20 \log |G|$.

Antag att sensor = 1 och styrdonet också kan försummas.

Ur **amplitud kurvan** fås en trolig överföringsfunktion enligt $G(s) = \frac{K}{s(1+sT)}$

LF-asymptot $\frac{K}{s}$

där $K = 1$ (skär frekv.axeln vid 1 rad/s)

brytfrekvens $10$ rad/s $= \frac{1}{T} \Rightarrow T = 0{,}1 \Rightarrow G(s) = \frac{1}{s(1+0{,}1s)}$

Vid titt på **faskurvan** inses att denna funktionen inte kan ge upphov till vår faskurva. Eftersom faskurvan skenar iväg $\to -\infty$ fasvridning

Lägg till en dödtid. $G(s) = \frac{e^{-sL}}{s(1+0{,}1s)}$

Läs av fasvridningen vid någon frekvens. t ex $\omega = 47{,}8$ rad/s

$\hookrightarrow \arg G(47{,}8) = -442°$

$-442° = -\omega L \cdot \frac{180°}{\pi} - 90° - \arctan(0{,}1\omega)$

$L = -\left(-442° + 90° + \arctan(4{,}78)\right) \cdot \frac{\pi}{(180° \cdot 47{,}8)} \simeq 0{,}1$ sek

---

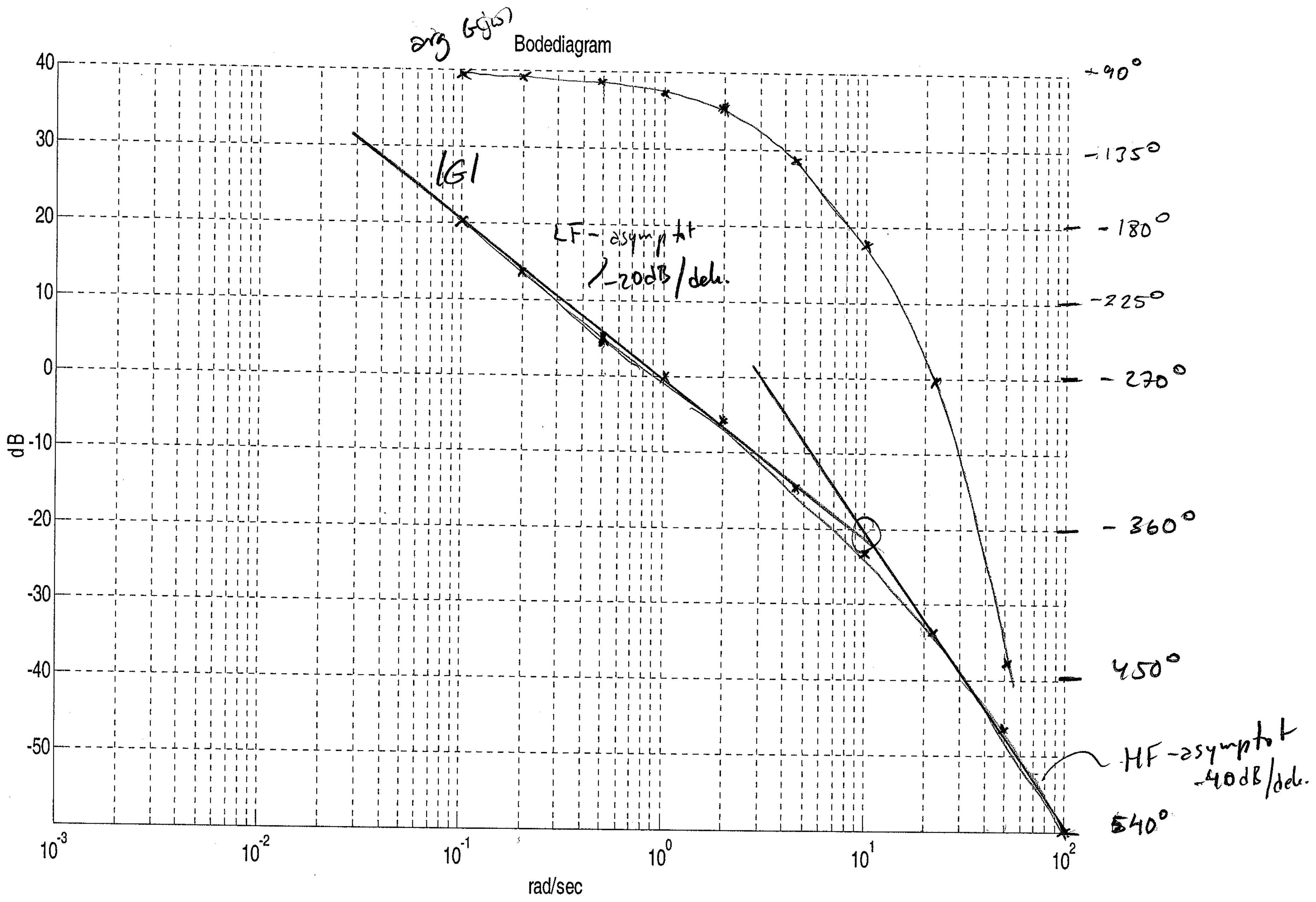
Ur bodediagram  $\omega_\pi \simeq 8$ rad/s $\to A_m = 22$ dB

Antag P-reg = 1.  $\omega_c = 1$ rad/s $\to \varphi_m = 78{,}6°$

$\begin{cases} T_0 = \frac{2\pi}{\omega_\pi} \simeq 0{,}785 \\ K_0 \simeq 12{,}6 \end{cases}$

Ziegler-Nichols ger: $G_{PID} \simeq 7{,}6\left(1 + \frac{1}{0{,}39s} + 0{,}1s\right)$

4.


arg G(jω)
Bodediagram
|G|
LF-asymptot
-20dB/dek.
HF-asymptot
-40dB/dek.
+90°
-135°
-180°
-225°
-270°
-360°
450°
540°
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
dB
$10^{-3}$
$10^{-2}$
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
rad/sec

5.

a) $e_{ss} = 2 \cdot \frac{1}{1+K_0} = \frac{2 \cdot 1}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$

↑ amplituden

Om vi antar att börvärdet var 10 när vi gör en ny börvärdesändring får vi 11 som ärvärde och felet blir 1°.

b) $$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{\frac{100}{s^2+20s+100}}{1+\frac{1}{0{,}2s+1}\cdot\frac{100}{s^2+20s+100}} = \frac{100}{(0{,}2s+1)(s^2+20s+100)+100}$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s\left(-Y(s)\right) = \lim_{s\to 0} s\left(-\frac{100 \cdot \left(\frac{-10}{s}\right)}{(0{,}2s+1)(s^2+20s+100)+100}\right) =$$

$$= -\frac{1000}{200} = -5$$ dvs ärvärdet hamnar på 5° C.

c) Karakt. ekv: $1 + \frac{K}{0{,}2s+1}\cdot\frac{100}{s^2+20s+100} = 0$

Routh-Hurwitz $0{,}2s^3 + 4s^2 + 20s + s^2 + 20s + 100 + 100K = 0$

| | | |
|---|---|---|
| $s^3$ | $0{,}2$ | $40$ |
| $s^2$ | $5$ | $100+100K$ |
| $s^1$ | $\frac{200-20-20K}{5}$ | $0$ |
| $s^0$ | $100+100K$ | $0$ |

$\frac{180}{20} > K$

$K > -1$

stabilt om $-1 < K < 9$.

d) karakt. ekv: $1 + K\left(1+\frac{1}{sT_i}\right)\left(\frac{100}{s^2+20s+100}\right) = 0$

| | | |
|---|---|---|
| $s^3$ | $T_i$ | $100(T_i + KT_i)$ |
| $s^2$ | $20T_i$ | $100K$ |
| $s^1$ | $\frac{2000T_i(T_i+KT_i)-100KT_i}{20T_i}$ | $0$ |
| $s^0$ | $100K$ | |

$T_i > 0$

För stabilitet

$T_i > \frac{0.05K}{1+K}$

$K > 0$ För stabilitet

6. $G_p(s) = \dfrac{4e^{-s}}{s} \xrightarrow[h = 0{,}5\,\text{sek}]{} H_p(z) = \dfrac{4 \cdot 0{,}5}{z-1} z^{-2}$

$= \dfrac{2 \cdot z^{-3}}{1 - z^{-1}} = \dfrac{B(z)}{A(z)}$

Icke-integrerande polplacerings regulator

$\text{grad } P = \text{grad } A + \text{grad } B - 1 = 3$

$P(z) = (1 - 0{,}2z^{-1})^2 (1 - 0z^{-1})$

$\text{grad } C = \text{grad } B - 1 = 2 \qquad C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}$

$\text{grad } D = \text{grad } A - 1 = 0 \qquad D(z) = d_0$

<u>Polynomidentiteten:</u> $\qquad P = AC + BD$

$1 - 0{,}4z^{-1} + 0{,}04z^{-2} = (1 - z^{-1})(1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}) + 2z^{-3} \cdot d_0$

$z^{-0}: \quad 1 = 1$

$z^{-1}: \quad -0{,}4 = -1 + c_1 \quad \rightarrow \quad c_1 = 0{,}6$

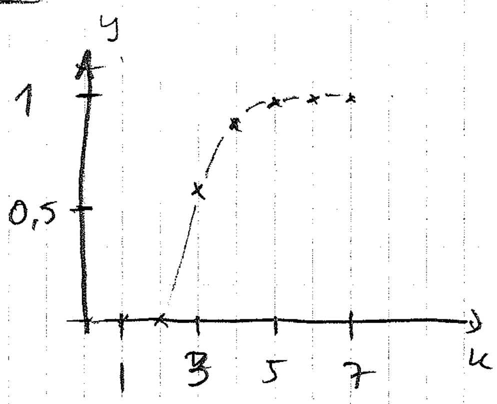
$z^{-2}: \quad 0{,}04 = -c_1 + c_2 \quad \rightarrow \quad c_2 = 0{,}04 + c_1 = 0{,}64$

$z^{-3}: \quad 0 = -c_2 + 2d_0 \quad \rightarrow \quad d_0 = 0{,}32$

$K_r = \dfrac{P(1)}{B(1)} = \dfrac{0{,}64}{2} = 0{,}32$

a) $\dfrac{Y}{R} = K_r \cdot \dfrac{B}{P} = \dfrac{0{,}32 \cdot 2z^{-3}}{1 - 0{,}4z^{-1} + 0{,}04z^{-2}}$ $\qquad$ Gå över till differensekvation

| $k$ | $y(k) =$ | $0{,}4\,y(k-1)$ | $-\,0{,}04\,y(k-2)$ | $+\,0{,}64\,r(k-3)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0,64 | 0 | 0 | 0,64 |
| 4 | 0,896 | 0,256 | 0 | 0,64 |
| 5 | 0,9728 | 0,3584 | −0,0256 | 0,64 |
| 6 | 0,9902 | 0,3891 | −0,03891 | 0,64 |
| 7 | 0,9972 | 0,3961 | −0,03891 | 0,64 |



**6b**

$$U(z) = \frac{1}{C(z)}\left(K_r R(z) - D(z)\,Y(z)\right)$$

$$U(z)\cdot\left(1 + 0{,}6\,z^{-1} + 0{,}64\,z^{-2}\right) = 0{,}32\,R(z) - 0{,}32\,Y(z)$$

Tag fram differensekvationen!

$$u(k) = -0{,}6\,u(k-1) - 0{,}64\,u(k-2) + 0{,}32\,r(k) - 0{,}32\,y(k)$$

| k | u(k) | $-0{,}6\,u(k-1)$ | $-0{,}64\,u(k-2)$ | $+0{,}32\,r(k)$ | $-0{,}32\,y(k)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,32 | 0 | 0 | +0,32 | 0 |
| 1 | 0,128 | −0,192 | 0 | +0,32 | 0 |
| 2 | 0,0384 | −0.0768 | −0,2048 | 0,32 | 0 |
| 3 | 0,0101 | −0.023 | −0.0819 | 0,32 | −0,205 |
| 4 | 0,0024 | −0.006 | −0.02458 | 0,32 | −0,287 |
| 5 | 0,0008 | −0.0015 | −0,0064 | 0,32 | −0.3113 |
| 6 | | −0,00048 | −0,0015 | 0,32 | −0,3168 |

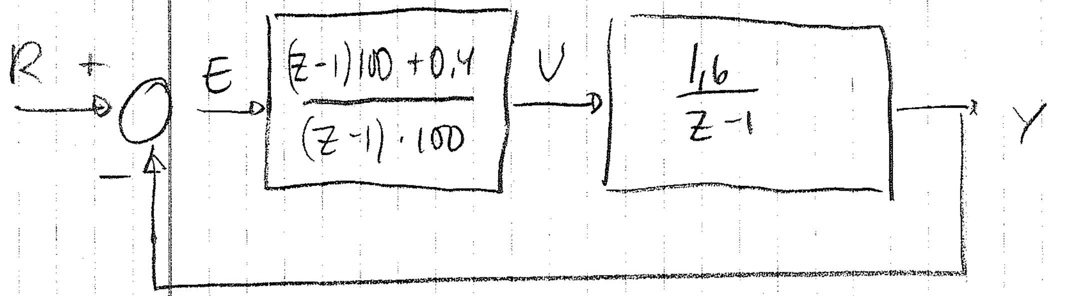
**6c)** Det kommer att bli ett kvarstående fel eftersom det inte finns någon integration i systemet.

## 7.

$$G_{PI}(s) = K\left(1+\frac{1}{sT_i}\right) \xrightarrow{s=\frac{z-1}{h}} H_{PI}(z) = K\left(1+\frac{1}{\frac{(z-1)}{h}\cdot T_i}\right)$$

$$= K\left(\frac{(z-1)T_i + h}{(z-1)T_i}\right)$$

$$= \frac{(z-1)\cdot 100 + 0{,}4}{(z-1)\cdot 100}$$




$$\frac{Y}{R} = \frac{\frac{(z-1)\cdot 100+0{,}4}{(z-1)\cdot 100}\cdot\frac{1{,}6}{z-1}}{1+\frac{((z-1)\cdot 100+0{,}4)}{(z-1)\cdot 100}\cdot\frac{1{,}6}{(z-1)}} = \frac{((z-1)\cdot 100+0{,}4)1{,}6}{(z-1)\cdot 100\cdot(z-1) + 1{,}6((z-1)\cdot 100+0{,}4)}$$

$$\frac{Y(1)}{R(1)} = \frac{0{,}4\cdot 1{,}6}{0{,}4\cdot 1{,}6} = 1$$ inget fel om syst. stabilt

---

## 8.

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{(z-1)\cdot 100 + 0{,}4}{(z-1)\cdot 100} = \frac{(1-z^{-1})100 + 0{,}4z^{-1}}{(1-z^{-1})\cdot 100}$$

Tas fram differensekvationen

$$100\,u(k) = 100\,u(k-1) + 100\,e(k) - 100\,e(k-1) + 0{,}4\,e(k-1)$$

$$\begin{cases} e(k) = r(k) - y(k) \\ u(k) = u(k-1) + e(k) - e(k-1) + 0.004\,e(k-1) \end{cases}$$