030310

LÖSNINGSFÖRSLAG TILL TENTAMEN I REGLERTEKNIK 030310 för E2/D2/Mek2

1 a) I) Processer med dödtid, II) processer med föränderlig dynamik. III) kraftigt olinjära processer

b) När man behöver väldigt snabba styrsignalinsatser.

c) När det väsentliga är att eliminera kvarstående fel.

d) Relämetoden används för att sätta ett reglersystem i begränsad självsvängning. Därigenom erhålles 2 parametrar K_0 & T_0 som kan användas i Ziegler-Nichols-tumregeltabell för inställning av P, PI och PID regulatorn.

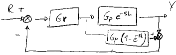
e) Innebär att en högfrekvent signal kan uppfattas som en lågfrekvent signal och därigenom kan regulatorn göra felaktiga styrsignalinsatser.

f) Processen kommer ju att vara en övre gräns för val av samplingstid. Hur kort samplingstid vi kan välja, kommer ju oftast att bestämmas av styrdonet. Vi kan ju givetvis sampla mätsignaler så "ofta" vi vill men utstyrningen är ju begränsad.

h) Framkoppling är en princip att kompensera störningar med. Störningar måste dock vara kända och mätbara. Jämför regleruppgiften att reglera inomhustemperaturen. En störning vid denna uppgift är ju utomhustemperaturen, genom att mäta denna och se förändringar hos denna, så kan vi kompensera delvis bort dess inverkan på inomhustemperaturen.

g) Självsv. metod görs för ett återkopplat reglersystem. Denna kan vara riskabel, beroende på processen.
Stegsvarsmetoden, utförs på processen själv och ingen återkoppling.

i) Otto-Smith regulatorn är en princip som används i diskreta reglersystem för att hantera dödtider.



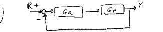
Vi har modellerat processen väl, genom ovanstående konstruktion kommer vi att få följande reglersystem

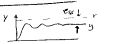
$$\frac{Y}{R} = \frac{G_R \cdot G_p e^{-sL}}{1+G_r \cdot G_p}$$

där systemet kommer att bete sig som ett system utan dödtid.

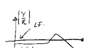
Regulatorn dimensioneras för en process utan dödtid.

j)

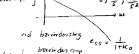




ess - kvarstående fel



Om statisk förstärkning $\neq 1$ → kvarstående fel vid börvärdessteg.



vid börvärdessteg $e_{ss} = \frac{1}{1+K_0}$

börvärdesramp $e_{ss} = \frac{1}{K_1}$

börvärdesparabel $e_{ss} = \frac{1}{K_2}$

2. Ur graf avläses översläng och peaktid samt slutvärde.

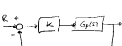
$uy_{ss} = 2/3$ $\quad$ $st_{eg} = 3/2$ $\quad$ $K = \frac{uy_{ss}}{st_{eg}} = \frac{2/3}{3/2} = 4/9$

$$\begin{cases} t_p = 1\text{sek} \\ M \approx \frac{0{,}9-0{,}66}{0{,}66} \approx 0{,}33 \end{cases}$$

$$M = e^{\frac{-\varphi\pi}{\sqrt{1-\varphi^2}}} \rightarrow \varphi = 0{,}33$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\varphi^2}} \rightarrow \omega_0 \approx 3{,}3 \text{ sek}$$

$$G_p(s) = \frac{K\cdot\omega_0^2}{s^2+2\varphi\omega_0 s+\omega_0^2} \approx \frac{4/9\cdot 3{,}3^2}{s^2+2\cdot 0{,}33\cdot 3{,}3s+3{,}3^2} \approx \frac{4{,}84}{s^2+2{,}18s+10{,}9}$$



$$\frac{Y}{R} = \frac{4{,}84K}{s^2+2{,}18s+10{,}9+4{,}84K}$$

Kritiskt dämpat om reell dubbelpol.

$$s = -\frac{2{,}18}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2{,}18}{2}\right)^2 - 10{,}9 - 4{,}84K} \Rightarrow K \approx -2$$

I praktiken ger detta ett väldigt konstigt beteende, men matematiskt helt korrekt.
Rimligt är dock att $K>0$!

Vilket K-värde ger en dämpkonstant $= 0{,}5$ (φ)?

$$s^2+2{,}18s+10.9+4{,}84K = s^2+2\varphi\omega_0 s+\omega_0^2$$

$$\begin{cases} 2{,}18 = 2\varphi\omega_0 \quad (\varphi=0{,}5) \rightarrow \omega_0 \approx 2{,}18 \\ 10{,}9+4{,}84K = \omega_0^2 \longrightarrow K = -\frac{(10{,}9-\omega_0^2)}{4{,}84} \approx -1{,}27 \end{cases}$$

I praktiken gör inte detta, eftersom K bör vara >0 för ett ge rimligt insv.förlopp.

3.

$$G_p(s) = \frac{4}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} = \frac{4}{(s+1)} - \frac{4}{(s+2)}$$

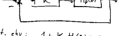
a)

Z-transformera!

$$H_p(z) = \frac{4(1-e^{-1})z^{-1}}{1-e^{-1}z^{-1}} - \frac{2(1-e^{-2})z^{-1}}{1-e^{-2}z^{-1}} \approx \frac{2,528z^{-1}}{1-0,368z^{-1}} - \frac{1,729z^{-1}}{1-0,135z^{-1}}$$

$$H_p(z) = \frac{(z-0,135)\cdot 2,528 - 1,729\cdot(z-0,368)}{(z-0,368)(z-0,135)}$$

Om vi nu P-reglerar denna processen fås



$$\frac{Y}{R} = \frac{K\cdot H_p(z)}{1+K\cdot H_p(z)}$$

karakt. ekv: $1+K\cdot H_p(z) = 0$

$$1 + K\cdot\frac{(0,799z+0,295)}{(z-0,368)(z-0,135)} = 0$$

$$z^2 - 0,503z + 0,05 + 0,799Kz + 0,295K = 0$$

$$z = 0,251 - 0,400K \pm \sqrt{(0,251-0,4K)^2 - 0,05 - 0,295K}$$

Löses numeriskt $\rightarrow$ $-0,5 < K < 3,07$

b) karakt. ekv: $1+K\cdot G_p(s) = 0$

$s^2+3s+2+4K=0$

RH

s^2	1	$2+4K$
s^1	3	0
s^0	$2+4K$	0

$\rightarrow K > -0,5$

c) $1+G_{PI}\cdot G_p(s)=0$

$$1+1\cdot\frac{(T_is+1)}{T_is}\left(\frac{4}{(s+1)(s+2)}\right)=0$$

Förenkling ger:

$$T_is^3+3T_is^2+6T_is+4=0$$

Routh-Hurwitz tabell.

s^3	T_i	$6T_i$
s^2	$3T_i$	4
s^1	c_0	0
s^0	d_0	0

$T_i>0$

$c_0 = \frac{18T_i^2-4T_i}{3T_i} \rightarrow T_i > \frac{4}{18}$

$d_0 = 4$

Svar: $T_i > 4/18$

4.

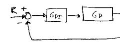
$$G_p(s) = \frac{K_p e^{-sL}}{1+Ts} = \frac{7 \cdot e^{-s}}{1+8s}$$

skall regleras med en PI-regulator $G_{PI} = K\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$

Ziegler-Nichols stegsvarsmetod ger: $\begin{cases} K = \frac{0.9 \cdot T}{K_p \cdot L} \approx 1{,}03 \\ T_i = 3L = 3\text{ sek} \end{cases}$

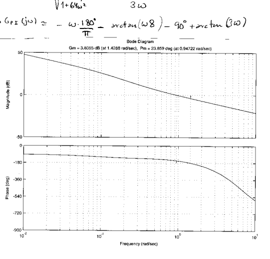
Kretsöverföringen ges av.

$G_p \cdot G_{PI}(s)$



$$|G_p \cdot G_{PI}(j\omega)| = \frac{7}{\sqrt{1+64\omega^2}} \cdot 1{,}03\,\frac{\sqrt{9\omega^2+1}}{3\omega}$$

$$\angle G_p G_{PI}(j\omega) = -\omega \cdot \frac{180^\circ}{\pi} - \arctan(\omega 8) - 90^\circ + \arctan(3\omega)$$



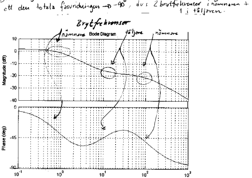
5.

Titta på LF-asymptot och HF-asymptot hos amplitudkurvan.

$G_{LF} \simeq 2\ dB \simeq 1{,}26$ ggr

G_{HF} lutar $-20\ dB/dek$ (kan skilja max ett ordn.-tal mellan nämnare och täljare.)

Totalt sett verkar det finnas 3 brytfrekvenser i amplitudkurvan. Detta motsägs inte av faskurvan! Om vi använder oss av att det skiljer ca: 3dB mellan asymptoter och verkliga amplitudkurvan vid brytfrekvens. Detta om brytfrekvensen är av 1:a ordningen.
Vi ser också att den totala fasvridningen $\to -90^\circ$, dvs 2 brytfrekvenser i nämnaren + 1 i täljaren.



$$\text{Modell:} \quad G_p(s) = \frac{K(1+sN)}{(1+sT_1)(1+sT_2)} \simeq \frac{1{,}25\,(1+0{,}1s)}{(1+s)\cdot(1+0{,}01s)}$$

6. Processen hämtas ifrån upg. 4 , d tidsfördr. $= 1$ sek

$$G_p(s) = \frac{7e^{-s}}{1+8s} \longrightarrow H_p(z) = \frac{7\left(1-e^{-1/8}\right)z^{-1}\cdot z^{-1}}{1-e^{-1/8}z^{-1}} \longrightarrow$$

$$H_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{0{,}822\,z^{-2}}{1-0{,}882\,z^{-1}} \qquad \begin{cases} \text{grad}(B) = 2 \\ \text{grad}(A) = 1 \end{cases}$$

$\text{grad}(C) = \text{grad}(B) - 1 = 1 \quad \rightarrow C = 1 + c_1 z^{-1}$

$\text{grad}(D) = \text{grad}(A) - 1 = 0 \quad \rightarrow D = d_0$

$\text{grad}(P) = \text{grad}(A) + \text{grad}(B) - 1 = 1 + 2 - 1 = 2$

$P(z) = (1 - 0{,}5z^{-1}) = AC + BD$

$$1 - 0{,}5z^{-1} = \left(1 - 0{,}882\,z^{-1}\right)\left(1 + c_1 z^{-1}\right) + 0{,}822\,z^{-2}\cdot d_0$$

Identifiering ger:

z^{-0}: $1 = 1$

z^{-1}: $-0{,}5 = -0{,}882 + c_1 \quad \rightarrow c_1 \approx 0{,}382$

z^{-2}: $0 = -0{,}882\,c_1 + 0{,}822\,d_0 \quad \rightarrow d_0 = 0{,}410$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{(1-0{,}5)}{0{,}822} \approx 0{,}608$$

Differensekv. ifrån $\frac{Y}{R} = \frac{K_r \cdot B}{P} \rightarrow y(k) = 0{,}5\,y(k-1) + 0{,}5\,r(k-2)$

			k
0	0	0	0
0	0	0	1
1	0	1	2
1,5	0,5	1	3
1,75	0,75	1	4
1,875	0,875	1	5
1,9375	0,9375	1	6
1,969	0,969	1	7
1,984	0,984	1	8
1,992	0,992	1	9

$e(k) = \underbrace{r(k)}_{=2} - y(k)$

Kvarstående fel vid börvärdessteg $= 0$, för denna regulator.

$e(k) = \underbrace{r(k)}_{=2} - y(k)$

6. forts

$$\frac{Y}{V} = \frac{B/A}{1 + \frac{B}{A} \cdot \frac{D}{C}} = \frac{BC}{P}$$

$$Y(z) = V(z) \cdot \frac{BC}{P} = 2{,}5\frac{z}{z-1} \cdot \frac{0{,}822\, z^{-2}\left(1 + 0{,}382\, z^{-1}\right)}{(1 - 0{,}5\, z^{-1})}$$

$$e(\infty) = \underbrace{r(\infty)}_{=0} - y(\infty)$$

$$e(\infty) = -y(\infty) = \lim_{z \to 1} (z-1) \cdot V(z) \cdot \frac{BC}{P} =$$

$$= \lim_{z\to 1} \cancel{(z-1)} \cdot \frac{z}{\cancel{(z-1)}} \cdot 2{,}5 \cdot \frac{0{,}822 \cdot z^{-2}\left(1 + 0{,}382\, z^{-1}\right)}{\left(1 - 0{,}5\, z^{-1}\right)} = -\frac{2{,}5 \cdot 0{,}822 \cdot (1 + 0{,}382)}{0{,}5}$$

$e(\infty) \approx -5{,}68$ enheter
(vid störning)

7.
a)

$$G_p(s) = \frac{3}{s^2 + 4s + 15}$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{K \cdot G_p}{1 + K \cdot G_p}$$

Krav 1: $e(\infty) = 1 - \frac{Y}{R} < 0{,}25$

$$1 - \frac{K \cdot \frac{1}{5}}{1 + K \cdot \frac{1}{5}} < \frac{1}{4} \iff 1 < \frac{1}{4} + \frac{K}{20}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 20 < K \rightarrow \underline{\underline{K > 15}}$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{3K}{s^2 + 4s + 15 + 3K} = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Krav 3: $M = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} < 0{,}50 \rightarrow \zeta > 0{,}216$

$$2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 = 4 \rightarrow \omega_0 = 9{,}26 \rightarrow \omega_0^2 = 15 + 3K \rightarrow K < 23{,}6$$

7 forts. Krav 2 $\quad t_r = \dfrac{2{,}16\varphi + 0{,}6}{\omega_0} < 0{,}2$ sek

$$2{,}16\varphi + 0{,}6 < 0{,}2\omega_0$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{3K}{s^2+4s+15+3K} = \frac{K \cdot \omega_0^2}{s^2+2\varphi\cdot\omega_0 s+\omega_0^2}$$

Identifiering ger: $\begin{cases} 4 = 2\varphi\cdot\omega_0 \\ 15+3K = \omega_0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \omega_0 = 7{,}75 \\ \varphi = 0{,}258 \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi = 0{,}216 \\ \omega_0 = 9{,}26 \end{cases}$

Enligt Krav 1 & Krav 2 fås $15 < K < 23{,}6$

Denna gränsvärden uppfyller t_r kravet.

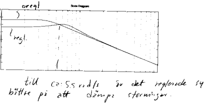
Välj ett $15 < K < 23{,}6$

b) $\left(\dfrac{Y}{V}\right)_{regl.} G_{tot} = \dfrac{K\,G_p}{1+K\cdot G_p} \quad \dfrac{\dfrac{3}{s^2+4s+15}}{1+\dfrac{10\cdot 3}{s^2+4s+15}} = \dfrac{3}{s^2+4s+45}$

$$\left|G_{tot_{regl.}}\right| = \frac{3}{\sqrt{(4\omega)^2+(45-\omega^2)^2}}$$

$\left(\dfrac{Y}{V}\right)_{oregl.} = \dfrac{3}{s^2+4s+15} \quad \left|\dfrac{Y}{V}_{oregl.}\right| = \dfrac{3}{\sqrt{(4\omega)^2+(15-\omega^2)^2}}$

Titta endast på amplitudkurvor



till $\omega \approx 5{,}5$ rad/s är det reglerade systemet bättre på att dämpa störningar.

c) $\dfrac{Y}{R} = \dfrac{30}{s^2+4s+45} \quad \rightarrow \quad \omega_B \approx 9{,}6$ rad/s