

# TENTAMEN I INTRODUKTIONSKURS I MATEMATIK, 5P

Distanskurs

5 januari, 2008, kl. 9.00–13.00

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

**Kursansvarig:** Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-30,

Distanskurs → Delkurs 1: Introduktionskurs i matematik

1. Bevisa att  $\forall a, r, q, n \in \mathbb{Z} : (a \equiv r \pmod{q} \Rightarrow na \equiv nr \pmod{q})$ . (3p)

2. Formulera och bevisa satsen om samband mellan reella polynom och konjugerande nollställen. (3p)

3. Betrakta utsagan  $(P \Rightarrow \neg Q) \Leftrightarrow (Q \Rightarrow P)$ .

(a) Bevisa att utsagan är kontingent. (3p)

(b) Bilda negationen av utsagan. (3p)

4. En kvinna ska investera ett belopp  $B$  i aktier. Om hon köper enbart av aktien Solidarfett för 153 kr/st får hon 7 kr över, och om hon köper enbart Västerviks Sågblad för 282 kr/st får hon 100 kr över. Hur stort måste beloppet  $B$  minst vara? (4p)

5. Lös fullständigt ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x = 6 \\ -4x^3 + 6x^2 + 4x = 6 \end{cases} \quad (4p)$$

6. Hur många 5-siffriga tal kan man bilda med siffrorna 1, 2 och 3 om de ska innehålla minst en etta, tvåa och trea? (3p)

7. Antag att  $a = a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1$  där  $a_1$  är 1-talsciffran,  $a_2$  är 10-talsciffran,  $a_3$  är 100-talsciffran,  $\dots$ ,  $a_n$  är  $10^{n-1}$ -talsciffran. Bevisa att

$$11 \mid a \Leftrightarrow 11 \mid a_1 - a_2 + a_3 - \dots + (-1)^{n-1} a_n \quad (3p)$$

8. Lös rekurrens ekvationen  $r_n + 2r_{n-1} + r_{n-2} = 8n^3$  där  $r_0 = 1$ ,  $r_1 = 0$ . (4p)

9. Bestäm alla tal  $z, w \in \mathbb{C}$ , som satisfierar  $\frac{1}{|z|+|w|} < \frac{1}{|z+w|}$ . (3p)

LYCKA TILL!