

# TENTAMEN I INTRODUKTIONSURS I MATEMATIK, 5P

Distanskurs

24 oktober, 2005, kl. 9.00–13.00

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.  
**Kursansvarig:** Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20,  
Distanskurs → Delkurs 1: Introduktionskurs i matematik

1. Bevisa att  $a|b \wedge a|c \Rightarrow a|(b+c)$ . (2p)
2. Formulera och bevisa satsen om faktorisering av polynom i komplexa nollställen. (3p)
3. Visa med sanningsvärdestabell att  $(P \vee \neg Q) \Leftrightarrow \neg(Q \Rightarrow P)$  är en kontradiktion. (2p)
4. Låt  $a_0 = a_1 = 1$ ,  $a_n = \frac{a_{n-1}}{1 + a_{n-2}}$ ,  $n \geq 2$ . Bevisa att  $a_{n+1} \leq a_n$  för alla  $n \in \mathbb{N}$ . (3p)
5. En säck potatis kan plockas ur genom att ta 9 potatisar åt gången vilket slutar med 7 potatisar kvar. Om man istället tar 5 potatisar åt gången blir det 3 potatisar kvar. Hur många potatisar måste det åtminstone finnas i säcken? (3p)
6. Beräkna så långt som möjligt  $\sum_{k=0}^{100} \frac{5^{k-1}}{2^{2k+1}}$ . (2p)
7. Beräkna koefficienten för  $x^8 y^3$ -termen i utvecklingen av  $\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)^{11}$ . (3p)
8. Lös fullständigt rekurrens ekvationen  
 $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 2n + 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . (3p)
9. Polynomen  $p_1(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 - 4x - 24$  och  $p_2(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 12x + 8$  har gemensamma nollställen. Lös fullständigt ekvationen  $p_1(x) = 0$ . (3p)
10. Lös ekvationen  $z^7 - 1 = \sqrt{3}i$  m.a.p.  $z \in \mathbb{C}$ . (3p)
11. Lös ekvationen  $2 \ln(\cos x) + \ln(\sin(2x)) = \ln(\sin x \cos x) - \ln 2$  m.a.p.  $x \in \mathbb{R}$ . (3p)

LYCKA TILL!