

TENTAMEN I INTRODUKTIONSURS I MATEMATIK, 5P

Distanskurs

8 januari, 2005, kl. 9.00–13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20,

Distanskurs → Delkurs 1, Algebra och kombinatorik

1. Bevisa att det finns oändligt många primtal. (3p)
2. Antag att ekvationen $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n = 0$ har roten $x = p/q$ (maximalt förkortat) där a_0, a_1, \dots, a_n är heltal. Bevisa att $p|a_0$ och $q|a_n$. (3p)
3. Beräkna det minsta positiva heltal a så att $7^{7^7} \equiv a \pmod{6}$. (3p)
4. Bestäm samtliga rötter till ekvationen $x = \sqrt{3x^2 + 3x - 2}$. (3p)
5. En flicka är mer än dubbelt så gammal men mindre än åtta gånger så gammal som sin bror och differensen mellan sju gånger flickan ålder och sex gånger pojken ålder är hundra år. Hur gamla är syskonen? (3p)
6. Dela upp bråket $\frac{18x^3 - 3x^2 + 6x - 1}{6x^2 - x - 2}$ i irreducibla partialbråk. (3p)
7. I tärninsspelet YATZI slår man 5 tärningar och samlar på "pokerkombinationer". På hur många sätt kan man få *två par* (dvs två tärningar av en valör, två tärningar av en annan valör och den femte tärningen av en tredje valör) om man bara slår alla tärningar en gång? (3p)
8. Lös fullständigt ekvationen $z^2 + (1 - 2i)z + 1 + 5i = 0$. (3p)
9. Är utsagan $x \in A \setminus B \wedge y \in B \setminus C \wedge z \in C \setminus A \Rightarrow \{x, y, z\} \subseteq (A \cap B \cap C)^C$ en tautologi, kontradiktion eller ingetdera? (Avgör med hjälp av sanningsvärdestabell eller logiskt resonemang.) (3p)
10. Visa att $\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = \sum_{k=1}^n k$ för alla positiva jämna heltal n . (3p)

LYCKA TILL!