Tentamen i Introduktionskurs i Matematik, 5p

Distanskurs
7 januari, 2005, kl. 9.00–13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.
Lösningar kommer finnas på internet: `http://www.hh.se/staff/erja` → `Teaching` → `Matematik 1-20, Distanskurs` → `Delkurs 1: Introduktionskurs i matematik`

1. Formulera och bevisa aritmetikens fundamentalsats. (3p)

2. Formulera och bevisa triangelolikheten för reella tal. (3p)

3. Är $((P \Rightarrow Q) \wedge (\neg Q \vee R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$ en tautologi, kontradiktion eller ingetdera? (3p)

4. Visa att $11^n \equiv 4^{n+3} \pmod 7$. (3p)

5. Förkorta så långt som möjligt $\binom{99}{3}/\binom{66}{64}$. (3p)

6. Ekvationen $2z^4 - 5z^3 + 2z^2 + 9z - 18 = 0$ har roten $1 + i\sqrt{2}$. Finn samtliga rötter. (4p)

7. Lös rekurrensekvationen $2r_{n+2} - 5r_{n+1} + 3r_n = e^n$ där $r_0 = r_1 = 1$. (4p)

8. Låt $\{f_k\}_1^\infty$ vara Fibonaccitalen, dvs $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ och $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$ för alla $n \geq 0$. Bevisa att $f_{n+1}^2 > f_n^2 + (f_{n+1} - f_n)^2$ för alla $n \geq 2$. (3p)

9. Finn en rot till ekvationen $x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 10x + 4 = \pi^4 + \pi^3 + \pi^2 + \pi$. (4p)

LYCKA TILL!