

TENTAMEN I ENVARIABELANALYS, 5P

Distanskurs

18 augusti, 2007 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844)

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20 → Delkurs 3: Envariabelanalys → 070818: lösning

1. Bevisa att talföljden $\{(1 + \frac{1}{n})^n\}_{n=1}^{\infty}$ är växande. (3p)

2. Beräkna gränsvärdena
 - (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$. (3p)
 - (b) $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - e^x}{\sin x}$. (3p)

3. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{9}{2}$. Bestäm
 - (a) de punkter där funktionen skär x -axeln. (2p)
 - (b) den area som begränsas av x -axeln och funktionsgrafens mellan de punkter där f skär x -axeln. (3p)
 - (c) alla lokala extrempunkter och eventuella asymptoter. (3p)

4. Lös differentialekvationen $y'' + y' = xe^{-x}$. (3p)

5. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' = x^3y^2$, $y'(1) = 1$. (3p)

6. Bestäm minimal mantelarea av en rätvinklig cirkulär kon som rymmer 1 liter. (3p)

7. Resonemanget som ledde till standardgränsvärdet av $\frac{\sin x}{x}$ då $x \rightarrow 0$ gav olikheten $\frac{\sin x}{x} < 1$. Visa att $\frac{\sin x}{x} > 1 - \frac{x^2}{6}$ för $x > 0$. (4p)

LYCKA TILL!