

TENTAMEN I ENVARIABELANALYS, 5P

Distanskurs

2 juni, 2007 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844)

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20 → Delkurs 3: Envariabelanalys → 070602: lösning

1. Formulera och bevisa Analysens huvudsats. (3p)

2. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - \cos x)}{\ln(1 + x) + 2 - 2\sqrt{1 + x}}$. (3p)

3. Beräkna $\int_0^{\infty} e^{-2t} dt$. (3p)

4. Derivera $F(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2} dt$ där $x \in (1, \infty)$. (3p)

5. Låt $f(x) = x^x$ med definitionsmängd $\mathcal{D}_f = (0, \infty)$. Beräkna

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. (3p)

(b) samtliga extrempunkter till f och avgör deras karaktär. (3p)

(c) $\int_1^2 \ln(f(x)) dx$. (3p)

6. En kurva i xy -planet beskrivs av

$$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$

där $0 \leq t \leq 2$. Skissa kurvan och beräkna dess längd (3p)

7. Lös differentialekvationen $y' = (y - 1)(y - 2)$ så att $y(0) = 0$ då $y > 2$. (3p)

8. En farkosts läge är, som funktion av tiden, direkt proportionellt mot summan av dess hastighet och acceleration. Beräkna lägesfunktionen om proportionalitetskonstanten är 2 och farkostens läge är 0 och hastighet är 1 vid start. (3p)

LYCKA TILL!