

TENTAMEN I ENVARIABELANALYS, 5P

Distanskurs

17 mars, 2007 kl. 10.00 – 14.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844)

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20 → Delkurs 3: Envariabelanalys → 070317: lösning

1. Bevisa medelvärdessatsen som säger att om funktionen f är kontinuerlig på $[a, b]$ och deriverbar på (a, b) så finns ett tal $\xi \in (a, b)$ sådant att $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$. (3p)

2. Beräkna gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + n}$. (3p)

3. Bestäm en funktion $F(x) = \int \frac{1}{x} \ln x \, dx$ sådan att $F(e^2) = 1$. (3p)

4. Beräkna

(a) $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$ (3p)

(b) $\int_0^1 \arctan x \, dx$ (3p)

5. Bestäm alla lokala extempunkter för $G(x) = \int_1^{\sqrt{x^2+1}} \frac{\cos y}{y} dy$ då $-1 \leq x \leq 6$. (3p)

6. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' + 2y' + y = xe^x$ där $y(1) = 0$ och $y'(0) = 1$. (4p)

7. Antag att man ska tillverka leksakssnurror av cylinderstycken. Varje snurra ska ha formen av $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{7\pi}{8}$ roterad ett varv kring x -axeln. Bevisa att mer än hälften av av cylinderstycket används till snurran om cylindern har den minsta omskrivna formen runt snurran. (4p)

8. Finn $a > 2$ sådant att

$$\int_{a-1}^a \frac{dx}{x^2 - 1} = \int_a^\infty \frac{dx}{x^2 - 1} \quad (4p)$$

9. Skriv

$$\int_1^x e^{y(t)} y'(t) dt = \ln x \quad \text{där } x \geq 1 \text{ och } y(1) = 1$$

som ett begynnelsevärdesproblem och lös det. (3p)

LYCKA TILL!