

# TENTAMEN I ENVARIABELANALYS, 5P

Distanskurs

18 mars, 2006 kl. 9.00 – 13.00

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.  
**Kursansvarig:** Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89)

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20 → Delkurs 3: Envariabelanalys → 060318: lösning

1. Bevisa att uttrycket  $(1 + \frac{1}{n})^n$  är uppåt begränsat då  $n \rightarrow \infty$ . (3p)

2. Bestäm funktionerna  $F(x)$  och  $G(x)$  så att

(a)  $F(x) = \int \tan x \, dx$  och  $F(\pi) = 1$ . (3p)

(b)  $G(x) = \int \arctan x \, dx$  och  $G(1) = \pi$ . (3p)

3. Beräkna gränsvärdena

(a)  $\lim_{t \rightarrow \infty} t \sin \frac{1}{2t}$  (3p)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\cos^2(\pi x)}{(x - \frac{1}{2}) \ln(2x)}$  (3p)

4. En likbent triangel har ett hörn i punkten  $(-1, 0)$ , ett hörn på kurvan  $y = 1 - x^2$  och ett hörn på  $y = -1 + x^2$  där  $|x| \leq 1$ . Vilken är triangelns maximala area? (3p)

5. Beräkna längden av kurvan  $f(x) = \sqrt{x}$  mellan  $x = 0$  och  $x = 1$ . (4p)

6. Lös begynnelsevärdesproblemet  $y' = x^2y + y + x^2 + 1$  där  $y(0) = 1$  och  $y > -1$ . (4p)

7. I en farfarsklocka sitter en pendel som är 1 m lång. Rörelseekvationen för pendeln är approximativt

$$\alpha''(t) + g \alpha(t) = 0$$

då utslagsvinkeln  $\alpha(t)$  är liten, där  $g$  är tyngdaccelerationen i  $m/s^2$ . Bestäm pendelns utslagsvinkel efter 1 sekund om pendeln vid startögonblicket har utslagsvinkeln  $\frac{\pi}{500}$  och hastighet  $0 \, m/s$ . (4p)

LYCKA TILL!