

TENTAMEN I INTRODUKTIONSKURS I MATEMATIK, 5P

Distanskurs

27 oktober, 2002 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 18p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

Lösningar kommer finnas på internet:

<http://www.hh.se/staff/erja> → teaching → matematik,distanskurs → moment 1,algebra

1. Bevisa att om p är ett primtal som delar produkten ab , så delar p antingen a eller b . (3p)
2. Bevisa att om $a > 1$ och $\alpha > 0$ så $a^x/x^\alpha \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow \infty$. (3p)
3. Vilka påståenden är sanna? Motivera med Venndiagram eller sanningsvärdestabell.
 $P_1 : A \cap B \subseteq A \cup B$ $P_2 : A^C \cup A = \emptyset$
 $P_3 : (A \cup B)^C \cup (A \cap B) = ((A^C \cup B^C) \cap (A \cup B))^C$ (3p)
4. Lös fullständigt ekvationen $z^4 = -64iz$. (3p)
5. Låt $0^0 := 1$ och $\sum_{k=0}^{-n} c_k := \sum_{k=-n}^0 c_k$. För $a \in (0, 2)$, visa att
(a) $\sum_{k=0}^n a(1-a)^k = 1 - (1-a)^{n+1}$ för alla heltal $n \geq 0$. (2p)
(b) $\sum_{k=0}^n a(1-a)^k = (1-a)^n - 1 + a$ för alla heltal $n \leq 0$. (2p)
6. Ekvationen $5x^3 - 13x^2 + 37x + 91 = 0$ har en rationell rot. Finn samtliga rötter. (3p)
7. Hur många gånger per år kan en dag med datum 13 vara en fredag
(a) om det inte är skottår? (2p)
(b) om det är skottår? (2p)
8. Lös kongruensekvationen $13x^7 + 11x^4 - 3 \equiv 7 \pmod{5}$. (3p)
9. Arne ska åka till skolan varje morgon. Med lika stor sannolikhet inträffar A , B , C , D eller E där A : Arne får sittplats på bussen, B : Arne får ståplats på bussen, C : Arne får skjuts av en kompis, D : Arne cyklar, E : Arne tar taxi. Hur många dagar måste man räkna med för att sannolikheten att Arne tagit bussen *minst* 2 dagar ska bli större än $1/2$? (4p)
(Tips: Sannolikheten för en händelse beräknas som antalet sätt händelsen kan inträffa på dividerat med det totala antalet sätt.)

LYCKA TILL!