

TENTAMEN I INTRODUKTIONSURS I MATEMATIK, 5P

Distanskurs

30 oktober, 2004 kl. 9.00–13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20, distanskurs → Delkurs 1, Algebra och kombinatorik

1. Bevisa mängden \mathbb{R} är överuppräknelig. (3p)
2. Antag att a har resten r och b har resten s vid division med d . Bevisa att $a(a + 2b)$ har resten $r(r + 2s)$ vid division med d . (4p)
3. Bevisa *Modus Tollens*: $((P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q) \Rightarrow \neg P$ med hjälp av sanningsvärdestabell. (3p)
4. Bestäm samtliga rötter till ekvationen $x = \sqrt{x + 2}$. (3p)
5. Bevisa att $n^n \geq n!$ för alla $n \in \mathbb{N}$. (3p)
6. Abrafax har köpt en låda med minst 700 men inte fler än 800 jordgubbar. Om han plockar ur 12 åt gången blir det 9 kvar. Om han plockar 11 åt gången blir det 4 kvar. Hur många jordgubbar har Abrafax köpt? (3p)
7. Ekvationen $x^4 - x^3 - 20x^2 + 42x = 40$ har roten $x = 1 + i$. Lös den fullständigt. (3p)
8. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} z^2 + 3|z|^2 + \bar{z}^2 = 2 \\ z - \bar{z} = 2i \end{cases}$$
 med avseende på $z \in \mathbb{C}$. (4p)
9. Bevisa att $\binom{2n+2}{n+1} = 2\binom{2n+1}{n}$ för alla $n \in \mathbb{N}$. (4p)

LYCKA TILL!