Tentamen i Introduktionskurs i Matematik, 5p

Distanskurs

10 januari, 2004 kl. 9.00–13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!

Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Formulera och bevisa triangelolikheten för reella tal. (3p)

2. Formulera och bevisa satsen om sambandet mellan reella polynom och konjugerande nollställen. (3p)

3. Vilka av följande påståenden är sanna?
   För att motivera "sann": bevisa. För att motivera "ej sann": ge ett motexempel.
   (a) $A \cap B^C \subseteq A \setminus B$ (1p)
   (b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cap C$ (1p)
   (c) $A \cup B \subseteq A^C \cap B^C$ (1p)
   (d) $\{3n+1 : n \in \mathbb{Z}\} = \{(k+1)^2 : k \in \mathbb{Z}\}$ (1p)
   (e) $\{\emptyset\} \subseteq \mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\})$ (1p)

4. Ekvationen $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$ har roten $x = 2$. Vilka övriga rötter har den? (3p)

5. Beräkna $\dfrac{(10-5i)(1-2i)}{4+3i}$ (3p)

6. Bosse ska köpa godis för 50 kronor. Han väljer mellan kolor för 70 öre, karameller för 80 öre, sega gubbar för 1 krona och 10 öre. Bosse vill ha minst 1 godisbit av varje sort och totalt exakt 50 godisbitar, men han får ont i magen om det är minst 35 bitar av någon sort. Hur ska Pelle handla om han vill förbruka alla 50 kronorna utan att riskera magknip? (3p)

7. På hur många sätt kan man få minst 4 klavar om man kastar "krona-klave" med ett mynt 10 gånger? (3p)

8. Visa att $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$ för alla $n, k \in \mathbb{N}$ så att $1 \leq k \leq n-1$. (4p)

9. Visa att $25 | (3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{100})$. (3p)

LYCKA TILL!