Tentamen i Introduktionskurs i Matematik, 5p

Distanskurs
18 januari, 2003 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 18p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Formulera och bevisa Aritmetikens fundamentalsats. (3p)

2. Avgör om följande utsagor är tautologi, kontradiktion eller ingetdera.
   (a) $(\neg Q \Rightarrow P) \Leftrightarrow (Q \Rightarrow \neg P)$ (1p)
   (b) $\neg\Big((P \Rightarrow Q) \vee \neg Q\Big)$ (1p)
   (c) $(P \wedge Q \Rightarrow R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$ (1p)

3. Vad blir heltalsresten då $123 \cdot 231^{312}$ divideras med 13? (3p)

4. Visa att $\overline{(z/w)} = \bar{z}/\bar{w}$ för alla komplexa tal z och $w \neq 0$. (3p)

5. På hur många sätt kan man i poker få två par i given om man ej tar hänsyn till ordningen? (3p)

6. Ekvationen $x^4 - 6x^3 + 14x^2 + 10x + 125 = 0$ har roten $x = 2i - 1$. Bestäm de andra rötterna. (3p)

7. Visa att för alla positiva heltal n är $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{k} j\right) = \sum_{k=1}^{n} \frac{k(n+2)}{3}$. (4p)

8. För vilka heltal n är $8^n + 61$ en jämn kub? (4p)

9. Visa att om p är ett primtal och $n \in \mathbb{Z}^+ : p \nmid n$ så är $n^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. (4p)
   (Tips: visa att p delar $\binom{p}{k}$.)

LYCKA TILL!