Tentamen i Introduktionskurs i Matematik, 5p

Distanskurs
20 oktober, 2001 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 18p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe. **Telefonvakt**: Georgi Tchilikov (035-16 71 24).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: `http://www.hh.se/staff/erja` →`teaching` →`matematik,distanskurs` →`moment 1,algebra` →`011020: lösning`

1. Formulera och bevisa triangelolikheten för reella tal. (3p)

2. Formulera och bevisa de Morgans lagar. (3p)

3. Låt $A = \{x \in \mathbb{R} : |x-2| \leq 3\}$ och $B = \{x \in \mathbb{R} : |2x+1| < 2\}$. Vad är då
   a) $A \cap B$? (1p) b) $A^C \setminus B$? (1p)

4. En man vill indela ett år i sin kalender i veckor (7-dagars-perioder) och deckor (10-dagars-perioder) som ej överlappar varandra. Hur många deckor kan mannen maximalt få plats med om kalendern ska gå jämnt upp? (Antag att det ej är skottår.) (3p)

5. Skriv talen $(i-1)^{2/3}$ på rektangulär form. (4p)

6. Visa att polynomet
$$8z^4 - 64z^3 + 262z^2 - 466z + 305$$
har nollstället $z = \frac{1}{2}(3+i)$ samt faktorisera polynomet i irreducibla komplexa polynom. (5p)

7. Visa att
$$\binom{m+n}{n} = \binom{m+n-1}{m-1} + \binom{m+n-1}{n-1}$$
för alla $m, n \in \mathbb{Z}^+$. (3p)

8. Visa att $n^3 < 5n!$ för alla $n \in \mathbb{N}$. (4p)

9. Om man drar en pokerhand (dvs på måfå tar 5 kort ur en kortlek), hur många sätt kan man få fyrtal (dvs 4 kort av samma valör, t.ex. 4 femmor) på? (3p)

LYCKA TILL!