

TENTAMEN I ENVARIABELANALYS, 5P

Distanskurs

24 mars, 2005 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89)

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → TEACHING → Matematik 1-20
→ Delkurs 2: Envariabelanalys → 050324: lösning

1. Antag att $\alpha > 0$. Bevisa att $x^\alpha / \ln x \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow \infty$. (3p)

2. Bevisa att alla kontinuerliga funktioner är integrerbara på slutna och begränsade intervall. (3p)

3. Lös ekvationen $\sin 2x + 2 \sin x + 2 \sin^2 x = 0$. (3p)

4. Låt

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$

(a) Bestäm maximal definitionsmängd för f . (1p)

(b) Beräkna alla asymptoter till f . (2p)

(c) Beräkna alla minima och maxima för f . (2p)

5. Beräkna $\int_0^1 x \ln(x + 1) dx$. (3p)

6. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' + y' - 2y = x^2 + x - 2$, $y(0) = -y'(0) = 5$. (3p)

7. En bonde har köpt 333 meter staket för att inhägna en hage intill ett berg. Enligt landskapsarkitekten måste hagen ha formen av en rätvinklig triangel. Djurskyddsföreningen vill att hagens yta ska vara maximal och för att gå dem tillmötes tänker bonden låta bergväggen utgöra ena kateten i triangeln. Hur stor kan hagen bli då? (3p)

8. Tvärsnittsytan av ett ägg kan beskrivas m.h.a. kurvorna $x^2 + y^2 = 1$ och $x^2 + y = a$ om a väljs så att övergången mellan de båda kurvorna blir jämn.

(a) Rita kurvorna (med tvärsnittsytan av ägget) i ett koordinatsystem. (1p)

(b) Beräkna värdet på a . (3p)

(c) Beräkna äggets tvärsnittsarea. (3p)

LYCKA TILL!