

TENTAMEN I ENVARIABELANALYS, 5P

Distanskurs

15 mars, 2003 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www2.hh.se/staff/erja> → TEACHING → Envariabelanalys → 030315: lösning

1. Beräkna (a) $\int \frac{dx}{2x+1}$ (1p) (b) $\int x \sin x dx$ (2p)

2. Två positiva reella tal har produkten 8.
Vad är det minsta värdet av summan av dem? (3p)

3. Beräkna gränsvärdena
(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+1) - \ln n)$ (2p) (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos^2 x - \sin^2 x)^2}{4x^2}$ (2p)

4. Bestäm den primitiva funktion $F(x) = \int \cos^2 x dx$ sådan att $F(\pi) = \pi$. (3p)

5. Beräkna $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}$. (3p)

6. Bosse vill serietillverka bordslampor. För att svarva lampfötter har han en programmerbar svarv där man anger en lampfotsprofil som en funktionskurva. Bosse är speciellt förtjust i profilen $f(x) = \sqrt{x} e^{-3x/2}$ där x är längden av den liggande lampfoten i dm (dvs höjden av den stående). Han vill göra 1000 st 4 dm höga lampfötter och nu ska han beställa virket. Hur stor volym virkesmassa måste Bosse köpa om 25% per lampfot avgår i spill? (3p)

7. Ange samtliga lösningar till differentialekvationen
 $y' \cos^2 x = y \sin 2x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. (3p)

8. En ny flygplats med en start- och landningsbana ska byggas och man vill veta hur lång banan måste vara. Sträckan, D_1 , ett flygplan ska färdas på startbanan då det ska lyfta är $D_1(t) = t^2$ meter där t är tiden i sekunder från att man släpper bromsen och flygplanet lyfter då markhastigheten är 180 km/tim. Sträckan, D_2 , en plan färdas på banan då det landar är $D_2(t) = t(D_2'(t) + t)$ meter där t är tiden i sekunder från markkontakt och inflygningshastigheten är 216 km/tim. Hur lång måste start- och landningsbanan byggas? (4p)

9. Lös begynnelsevärdesproblemet
 $2 \ln(y'e^y) + \ln(x+1) = 2\sqrt{x+1}$ där $y(3) = 2 + \ln 2$ och $x > -1$. (4p)

LYCKA TILL!