Tentamen i Introduktionskurs i Matematik, 5p

Distanskurs
30 oktober, 2009, kl. 9.00–13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Formulera och bevisa binomialteoremet. (3p)

2. Bevisa (t.ex. m.h.a. algebrans fundamentalsats) att polynomekvationen $p(z) = 0$, där $\operatorname{grad} p = n$, har precis n rötter om varje rot räknas enligt dess multiplicitet. (3p)

3. Är utsagan $(Q \Rightarrow P) \vee (P \Rightarrow Q)$ en kontradiktion, en tautologi eller ingetdera? Resonera m.h.a. sanningsvärdestabell. (3p)

4. Vid en skola går det 1234 elever och då de ska åka på utflykt har de skolbussar, som rymmer 53 barn, och minibussar, som rymmer 11 barn. På vilka sätt kan man åka så att alla eleverna kommer med? (3p)

5. Ekvationen $2x^5 - 13x^4 + 33x^3 - 37x^2 + 15x = 0$ har roten $2+i$. Lös den fullständigt. (4p)

6. Lös fullständigt rekurrensekvationen $x_{n+2} - x_n = 2^n - n^2,\ x_0 = \frac{1}{3},\ x_1 = \frac{8}{3}$. (4p)

7. Finn samtliga lösningar till ekvationssystemet
$$\begin{cases} xy = \sqrt{e} \\ x^3/y^5 = e^{-5/2} \end{cases}$$
(3p)

8. Studenten Abrafax har kommit fram till att ekvationen
$$1 = 2\cos(\sin(x))$$
har en lösning på intervallet $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, men hans kamrat Elvina säger att han har fel. Hur kan hon veta det? (3p)

9. Finn de $a \in \mathbb{R}$ sådana att $\sum_{k=1}^{n} a^{2k} < 2$ för alla $n \in \mathbb{Z}$? (4p)

LYCKA TILL!