

TENTAMEN I ENVARIABELANALYS, 7.5P

Distanskurs

16 augusti, 2008 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844)

Till uppgifterna ska *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Varje lösning ska börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-30 → Delkurs 3: Envariabelanalys.

1. Bevisa att om $a < x_0 < b$, $f'(x_0) = 0$, f är kontinuerlig på (a, b) och $f''(x) > 0$ för alla $x \in (a, b)$, så är x_0 ett strängt lokalt minimum för f . (3p)

2. Beräkna gränsvärdena

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x}}. \quad (4p)$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{2n} \frac{dx}{x+1}. \quad (3p)$$

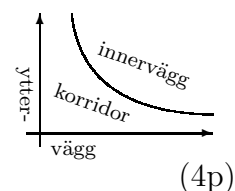
3. Beräkna integralerna

$$(a) \int_0^1 x e^{x^2} dx. \quad (3p)$$

$$(b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}. \quad (3p)$$

4. Beräkna längden av kurvan $y(x) = x^{3/2}$ mellan $x = 0$ och $x = 1$. (3p)

5. Man ska beställa en whiteboard. Den måste dock bäras genom en korridor som svänger 90° i ett hörn där innerväggen har formen av kurvan $f(x) = x^{-2}$ (se figur). Hur lång kan tavlan maximalt vara?



6. Lös fullständigt begynnelsevärdesproblemet $y' + y \cos x = \cos x \sin x$, $y(\frac{\pi}{2}) = e$. (3p)

7. Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} y'' - y' \sin^2 x + 2y \cos x = \cos^2 x \\ y'' \tan x - \frac{1}{2} y' \sin(2x) - 2y \sin x = \tan x \sin^2 x \\ y(0) = 0 \quad y(1) = 1 \quad y'(x) > -1 \end{cases} \quad (4p)$$

LYCKA TILL!