Tentamen i Flervariabelanalys, 5p

Distanskurs
25 augusti, 2006 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844)

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: `http://www.hh.se/staff/erja` → `Teaching` → `Matematik 1-20` → `Delkurs 4: Flervariabelanalys` → `060825: lösning`

1. Definiera begreppet riktningsderivata till en funktion av flera variabler och visa, med motivering, hur denna kan beräknas utifrån funktionens gradient. (3p)

2. Bestäm tangentplanet till $f(x, y) = 3x^2y + y^3$ i punkten $(-2, 1)$. (3p)

3. Välj värden på $a, b \in \mathbb{R}$ så att $u(t, x) = \sin(at - x) + \cos(bt - x)$ blir en lösning till vågekvationen $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$. (3p)

4. Bestäm $f(x, y)$ om vi har att
$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) &= (1+2x)e^{2x+y^2} \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) &= 2xye^{2x+y^2} + e^y \\ f(-1,-1) &= 0 \end{cases}$$
(3p)

5. Ange maximal definitions- och värdemängd för $f(x, y) = \ln(x + 2y - \sqrt{8xy})$. (3p)

6. Avgör om fältet $\boldsymbol{u}(x, y, z) = (\frac{y}{x+z},\ \ln(x + z),\ \frac{y}{x+z})$ är virvelfritt. (2p)

7. Bestäm alla stationära punkter till
$$f(x,y,z) = \frac{x+y+z}{1+x^2+y^2+z^2} \quad \text{där } (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$$
(4p)

8. Beräkna $\int_\gamma (xy + \sin x)\,dx + (x^3 + ye^{y^2})\,dy$ där γ är kvartscirkeln längs $x^2 + y^2 = 1$ från $(-1, 0)$ till $(0, -1)$. (5p)

9. Beräkna dubbelintegralen
$$\iint_D e^{x+2y}dx\,dy \quad \text{där } D \text{ är fyrkanten med hörn i } (0,0), (-1,1), (3,2), (4,1)$$
(4p)

LYCKA TILL!