

TENTAMEN I FLERVARIABELANALYS, 5P

Distanskurs

27 maj, 2006 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844)

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → Teaching → Matematik 1-20 → Delkurs 4: Flervariabelanalys → 060527: lösning

1. Antag att $f(s, x)$ och $\frac{\partial f}{\partial s}(s, x)$ är kontinuerliga på $(\alpha, \beta) \times [a, b]$.
Bevisa att $\frac{d}{ds} \int_a^b f(s, x) dx = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial s}(s, x) dx$ för $\alpha < s < \beta$. (3p)

2. Avgör om följande gränsvärden existerar och beräkna dem i förekommande fall.

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{2x^2 + y^2}$ (3p)

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\ln(x^2 + y^2 - 2x + 2)}{x^2 + y^2 - 2x + 1}$ (3p)

3. Bestäm samtliga lokala extrempunkter till $f(x, y) = x^3 + 3y^2 + 6xy - 9x$. (3p)

4. Lös den partiella differentialekvationen $y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} = 3x^3$, $x > 0$ genom att göra substitutionen $s = x^2 - y^2$ och $t = y$. (3p)

5. Beräkna $\iint_D \frac{y}{x+1} dx dy$ där D är triangelytan med hörn i $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$. (3p)

6. Omberg beskrivs i stora drag av ytan $z = \frac{1}{12}(99 - 3x^2 - y^2 + 2xy)$, där Borghamn är beläget i punkten $(5, 12, 0)$ och Hälle källor i $(1, -4, 6)$. Antag att man gör en utflykt från Borghamn till Hälle källor längs en stig vars ortogonalprojektion på xy -planet är en rät linje. Antag att vi vill pausa där det är plant i stigens riktning – i vilken punkt kan då det göras? (4p)

7. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} \frac{y dx - 2x dy}{e^{x+y}}$$

där γ är kurvan $|x| + |y| = 1$ genomlöst ett varv moturs. (4p)

8. Beräkna det utåtriktade flödet av $\mathbf{u}(x, y, z) = (xy, xz^2, x^2y)$ genom den del av paraboloiden $z = 1 - x^2 - y^2$ där $y \geq 0$ och $z \geq 0$. (4p)

LYCKA TILL!