

TENTAMEN I LINJÄR ALGEBRA, 5P

Distanskurs

20 augusti, 2005 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 36p. **Betygsgränser:** 15p: betyg G, 26p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

Kursansvarig: Eric Järpe.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Varje lösning ska börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja/teach> → Matematik 1-20 → Delkurs 2: Linjär algebra.

Om inget annat påpekas får du förutsätta att koordinatsystemet är ortonormerat (ON).

1. ABC är en likbent triangel med basen AB av längd 1. Hur långa är sidorna AC och BC om medianerna från A och B skär varandra under rät vinkel. (3p)

2. Flygrutter bör kanske sakna skärningspunkter. Undersök om rutterna r_1 genom $(1, 2, 1)$ med riktning $(1, 2, 1)$ och r_2 genom $(1, 3, 2)$ med riktning $(1, 1, 4)$ skär varandra. (3p)

3. Bestäm en eventuell invers till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & -4 \end{bmatrix} \quad (3p)$$

4. Triangeln ABC har hörnen i $A : (1, 0, 1)$, $B : (1, 1, 3)$ och $C : (3, 1, 3)$. Bestäm fotpunkten av höjden från A . (3p)

5. Spjutkastaren Casta Long kastar alltid rätlinjigt. Casta kastar sitt spjut från punkten $A : (1, 0, 1)$ med riktningsvektor $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$. Hur nära kommer spjutet ett snöre som är spänt mellan punkterna $B : (4, 2, 4)$ och $C : (2, 0, 6)$. (3p)

6. Bestäm en ON-bas innehållande en normalvektor till planet $x + y = z$. Bestäm sedan koordinaterna till vektorn $(1, 2, 1)$ i den valda ON-basen. (3p)

7. De punktformade fallskärmshopparna Fallhit och Falldit kommer på banor vinkelräta mot jordplanet $x + 2y + 3z = 6$. Beräkna avståndet mellan landningspunkterna om Fallhit passerar punkten $A : (1, 2, 3)$ och Falldit passerar punkten $B : (2, 2, 2)$. (3p)

8. Lös för alla värden på parametrarna a och b ekvationssystemet:

$$\begin{cases} ax + y + bz = 0 \\ x + ay + bz = 0 \\ ax + ay + az = a \end{cases} \quad (5p)$$

9. Låt F vara en linjär avbildning i rummet som har egenvektorer \mathbf{x} och \mathbf{y} med egenvärden 10 respektive 20. Avgör om $2\mathbf{x} + \mathbf{y}$ är en egenvektor till F . (5p)

10. Låt F vara en linjär avbildning med matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

relativt basen $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$. Bestäm en egenvektorsbas relativt F . Hur ser matrisen till F ut relativt denna bas? (5p)

LYCKA TILL!