TENTAMEN I LINJÄR ALGEBRA, 5P

Distanskurs
4 juni, 2005 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Varje lösning ska börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: `http://www.hh.se/staff/erja` → `Teaching` → `Matematik 1-20` → `Delkurs 3: Linjär algebra`

1. Visa att $\{A$ har egenvärdet λ med egenvektorn $X\} \quad \Rightarrow$
   $\Rightarrow \quad \{A + dI$ har egenvärdet $\lambda + d$ med egenvektorn $X\}$. (2p)

2. Punkten A ligger mitt emellan punkten $B = (1, 2, 3)$ och punkten $C = (5, 0, 3)$. Bestäm ekvationen för den linje som går genom A och punkten $D = (2, -1, -2)$. (3p)

3. En triangel har hörn i $(0, -1, 2)$, $(-2, 0, 1)$ och $(-1, -2, 0)$. Beräkna triangelns
   (a) tyngdpunkt (dvs medianernas skärningspunkt). (2p)
   (b) area. (3p)

4. Lös ekvationssystemet $6x + 4^k y + 64^{1/k} z = (\sqrt{4})^{k-1}$ där $k = 1, 2, 3$. (3p)

5. Bestäm (minsta) avståndet mellan punkten $(1, -1, 3)$ och skärningslinjen mellan planen $x - z = 1$ och $x + 2y + 3z = 1$. (3p)

6. Lös matrisekvationen $(A + X)(A + I) = A$ där $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. (3p)

7. Låt π vara ett plan med normalvektor $\boldsymbol{n} = (1, 2, 3)$ och låt $\boldsymbol{x}$ vara en godtycklig vektor. Ange den linjära avbildning som projicerar $\boldsymbol{x}$ ortogonalt på planet π. (4p)

8. Antag att A och B är symmetriska $n \times n$-matriser. Givet att man har beräknat produkten AB, hur kan man använda detta resultat för att beräkna BA <u>utan</u> att utföra matrismultiplikationen? (3p)

9. I en $n \times n$-matris $A_n = \{a_{ij}\}$ är $a_{ij} = \min(i, j)$. Beräkna $\det A_n$ då $n \geq 2$. (4p)

LYCKA TILL!