

Tentamen i MAN030, Flervariabelanalys 1, 03 08 11, kl 8.45-13.45.

1. Visa att en differentierbar funktion är kontinuerlig.
2. Visa att om $f(x, y)$ har kontinuerliga andraderivator i en omgivning till (a, b) , så gäller att $f''_{xy}(a, b) = f''_{yx}(a, b)$.
3. Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan

$$x^4 y^2 + yz^3 + xz^3 = 3$$

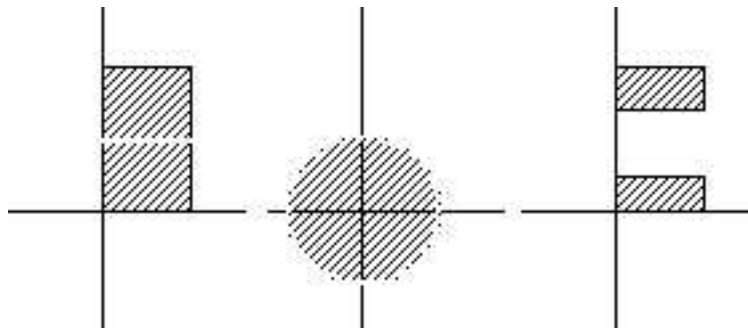
i punkten $(1, 1, 1)$.

4. Lös den partiella differentialekvationen

$$\frac{1}{x} f'_x - \frac{1}{y} f'_y = 4x^2 y^2 \quad (x > 0, y > 0)$$

t.ex. genom att införa variablerna $u = x^2 + y^2$, $v = x^2 - y^2$.

5. Funktionen $u(x, y, z) = xy^2 z^3$ anger ett hushålls nytta av kvantiteterna x , y och z av varorna A , B respektive C . De kostar 3, 2 respektive 1 valutaenhet per kvantitet. Hushållet ska spendera 18 valutaenheter på inköp av de tre varorna. Bestäm kvantiteterna så att nyttan maximeras.
6. De tre mängderna $A = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 < |y - 1| \leq 1\}$, $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$ och $C = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 1/2 \leq |y - 1| \leq 1\}$ illustreras i figuren:



Avgör om det finns en kontinuerlig funktion f sådan att

- | | | | |
|----|------------|----|------------|
| a) | $f(A) = B$ | b) | $f(B) = A$ |
| c) | $f(A) = C$ | d) | $f(C) = A$ |

Ange en formel för en sådan funktion, om den finns.

VÄND!

7. Går det att bestämma konstanter c och d så att funktionen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2 + y^2 + cy} & \text{när } (x, y) \neq (0, 0) \\ d & \text{när } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

blir

- (a) partiellt deriverbar i $(0, 0)$?
- (b) differentierbar i (en omgivning till) $(0, 0)$?

Hur ska c och d i så fall väljas?

4p

8. Antag att $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)$ är en C^1 -funktion från \mathbb{R}^n till \mathbb{R}^n sådan att

$$(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdot (\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{y})) \leq 0,$$

för alla \mathbf{x} och \mathbf{y} . Visa att

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \leq 0,$$

för alla \mathbf{x} och i ($1 \leq i \leq n$).

Förslag till lösningar kommer att finnas på

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MAN030/V03-1/>

där det också kommer att framgå när skrivningen beräknas vara färdiggrättad. Rättade skrivningar återfås på mottagningen i Matematiskt centrum. Öppet tider: vardagar 12.30 – 13.00. Resultat kan också fås per telefon: 772 5388.

JAS