

MATEMATIK
Göteborgs universitet

Skriv namn och personnummer på
varje inlämnat papper och på omslaget

Hjälpmedel: inga
Tele: Sergey Kitaev
0740-35 06 46

Tentamen i MAN030 Flervariabelanalys, del 1, 02 08 12, kl 8.45-13.45.

1. a) Ange den precisa matematiska betydelsen av $\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}} f(\mathbf{x}) = A$.
b) Ange den precisa matematiska definitionen av att $f(\mathbf{x})$ är differentierbar i \mathbf{a} .
2. a) Vad menas med att en följd av rella tal är monoton?
b) Visa att varje begränsad monoton följd av rella tal är konvergent.
3. Formulera och bevisa kedjeregeln för en funktion av typen $f(|x(t)|)$.
4. Lös differentialekvationen $f_x - x f_y = y$, t.ex. genom att göra variabelbytet $u = ax^2 + y$, $v = x$, där a är en lämplig konstant. Bestäm också den lösning f sådan att $f(x,0) = x^2 + x^3/3$.
5. Motivera att funktionen $f(x,y) = 4xy^2 - x^2y^2 - xy^3$ har ett största och ett minsta värde i triangelskivan med hörn i $(0,0)$, $(6,0)$ och $(0,6)$. Bestäm dessa värden!
6. Bestäm talen a och b så att $(1,1)$ är en stationär punkt till funktionen $f(x,y) = x^3 + ay^2 - bxy$. Avgör vilken typ av stationär punkt $(1,1)$ då är.
7. Visa att

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2y/(x^4 + y^2) & \text{när } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{när } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

är partiellt deriverbar i origo. Är f differentierbar i origo?

8. Undersök om funktionen

$$f(x, y) = \frac{1 + 2xy - \ln(1 + (x + y)^2)}{1 - x^2 - y^2}$$

är likformigt kontinuerlig på området där $x^2 + y^2 < 1/2$. Är den likformigt kontinuerlig på området där $x^2 + y^2 < 1$?

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida den 13 augusti:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MAN030/V02-1/>

Skrivningarna beräknas vara färdiggrättade den 19 augusti.

JAS

Jan-Alve Svensson
2002-08-13