TENTAMEN I LINJÄR ALGEBRA, 5P

Distanskurs
14 januari, 2006 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 070-306 95 89, 035-16 76 53.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Varje lösning ska börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: `http://www.hh.se/staff/erja/teach` →`Matematik 1-20` →`Delkurs 2: Linjär algebra`.
Om inget annat påpekas får du förutsätta att koordinatsystemet är ortonormerat (ON).

1. Formulera och bevisa produktregeln för determinanter. (3p)

2. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x - y + 2z &= 4 \\ 2x + y - z &= 1 \\ 3x + 3y - 4z &= -2 \end{cases}$ (3p)

3. Visa att vektorerna $\frac{1}{3}(1, 2, -2)$, $\frac{1}{3}(2, 1, 2)$, $\frac{1}{3}(2, -2, -1)$ utgör en ON-bas för $\mathbb{R}^3$.(3p)

4. För vilka värden på a utgör vektorerna $(a - 5, 1, 2)$, $(1, a - 5, 2)$ och $(2, 2, a - 2)$ en bas för $\mathbb{R}^3$? (3p)

5. Låt ℓ_1 och ℓ_2 vara linjerna $\ell_1 : \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 3 + 2s \\ z = 1 + 3s \end{cases}$ $\ell_2 : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -5 + 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$
   (a) Visa att ℓ_1 och ℓ_2 skär varandra. (3p)
   (b) Ange på affin form det plan som spänns av ℓ_1 och ℓ_2. (3p)

6. Bestäm $\sin([\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}])$ och $\cos([\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}])$ då $\boldsymbol{u} = (0, 1, 2)$ och $\boldsymbol{v} = (-1, 2, 1)$. (3p)

7. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Beräkna
   (a) $A^2 + 2A^{-1}$. (3p)
   (b) $A^{2006}\boldsymbol{v}$ där $\boldsymbol{v}$ är en egenvektor som svarar mot egenvärdet -1. (3p)

8. Avbildningen F definieras av $F(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u} \times (1, 1, 1)$ och avbildningen G är speglingen i planet $x - y + z = 0$. Bestäm matrisen för den linjära avbildningen $F \circ G$. (3p)

LYCKA TILL!