Tentamen i Linjär Algebra, 5p

Distanskurs
5 juni, 2004 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: `http://www.hh.se/staff/erja` → `teaching` → `matematik,distanskurs` → `delkurs 3: linjär algebra` → `040320: lösning`

1. Antag att A är en $m \times n$-matris och B en $n \times k$-matris. Visa att $(AB)^T = B^T A^T$. (3p)

2. Formulera och bevisa formeln för ortogonal projektion. (3p)

3. Lös ekvationssystemet $(2+k)x + 2ky + 2^k z = k^2$ där $k = -1, 0, 1$. (3p)

4. Bestäm arean av den triangel som har hörn i punkterna
   $P = (2, 0, 1)$, $Q = (2, 1, 3)$ och $R = (1, -2, 0)$. (3p)

5. Planen $\pi_1 : x - z = 1$ och $\pi_2 : x + y + z = 2$ skär varandra i linjen ℓ.
   Beräkna avståndet från punkten $(1, -1, 3)$ till linjen ℓ. (3p)

6. Låt $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$.
   (a) Beräkna A:s egenvektorer. (3p)
   (b) Beräkna det största elementet i matrisen A^{10}. (3p)

7. Beräkna cosinus och sinus för den minsta vinkeln mellan vektorerna
   $\boldsymbol{u} = (1, 1, 4)$ och $\boldsymbol{v} = (0, 1, 1)$. (3p)

8. Lös matrisekvationen $(AX + B)^{-1} = A$ där
   $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ och $X = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$. (3p)

9. Ljus faller parallellt med vektorn $\boldsymbol{u} = (1, 2, 5)$ mot planet $\pi : x + y + z = 1$ som har normerad normalvektor $\boldsymbol{n}$. Beräkna längden av $\boldsymbol{n}$:s skugga på π. (3p)

LYCKA TILL!