

# TENTAMEN I LINJÄR ALGEBRA, 5P

Distanskurs

20 mars, 2004 kl. 9.00 – 13.00

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel:** Inga.

**Kursansvarig:** Eric Järpe.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade! Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad. Lösningar kommer finnas på internet: <http://www.hh.se/staff/erja> → teaching → matematik, distanskurs → delkurs 3: linjär algebra → 040320: lösning

1. Antag att  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  är icke-parallella vektorer i planet och att  $\mathbf{w}$  är en vektor i samma plan. Visa att det då finns  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  så att  $\mathbf{w} = x_1\mathbf{u} + x_2\mathbf{v}$ . (3p)

2. Visa att det  $A$  är antingen 1 eller  $-1$  om  $A$  är en ortogonalmatrix. (3p)

3. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + (1+\alpha)z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1 \\ (1-\alpha)x + y + z = 1 \end{cases} \quad (3p)$$

4. Bestäm ekvationen (affin form) för planet genom punkterna  $P = (1, 1, 1)$ ,  $Q = (1, 2, 3)$  och  $R = (3, 2, 1)$ . (3p)

5. Beräkna komponenterna av vektorn  $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$  så att den ena ligger i planet  $\pi : x + y + z = 1$  och den andra är en multipel av normalvektorn till  $\pi$ . (3p)

6. Vad är  $A^{-1}$  (uttryckt endast med hjälp av  $A$ ) om  $A^3 + 2A - 2I = A^2$ ? (3p)

7. Flygbjörn flyger med ett flygplan längs linjen  $11x + 55 = 2y = z - 25$  och Vindela flyger längs  $5x - 30 = 30y + 10 = z - 100$  där enheten är 100 meter. Om planen är närmare varandra än 500 meter kan Flygbjörn och Vindela vinka till varandra. Säkerhetsavståndet mellan flygplan är 300 meter. Finns det någon möjlighet för dem att vinka utan risk för kollision? (5p)

8. Låt  $A = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ .

(a) Beräkna  $A$ 's egenvärden. (3p)

(b) Antag att  $\mathbf{x}_1 = [1 \ 1]^T$  och att  $\mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k$  för  $k = 1, 2, 3, \dots$

Bestäm gränsvärdet  $\mathbf{x}$  så  $\mathbf{x}_{k+1} \rightarrow \mathbf{x}$  då  $k \rightarrow \infty$  under antagandet att gränsvärdet existerar. (4p)

(Tips: summan av vektorelementen bevaras under multiplikation med  $A$ .)

*LYCKA TILL!*