Tentamen i Introduktionskurs i Matematik, 7.5 hp

Distanskurs
30 oktober, 2010, kl. 9.00–13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Inga.
Kursansvarig: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Bevisa att det finns oändligt många primtal. (3p)

2. Formulera och bevisa triangelolikheten. (3p)

3. Visa (gärna m.h.a. Venn-diagram) att för godtyckliga mängder A, B, C är
$$(A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (B \cup C) \ = \ (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$$
(3p)

4. Talet $3 + i$ är en av lösningarna till ekvationen $4z^4 - 28z^3 + 69z^2 - 70z + 50 \ = \ 0$. Bestäm samtliga lösningar. (3p)

5. Lös fullständigt rekurrensekvationen $r_n - 4r_{n+1} + r_{n+2} = 1 + 4n - n^2$ där $r_0 = \frac{9}{2}$ och $r_1 = 4$. (4p)

6. Bevisa att för alla heltal $n \geq 1$ så är
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{2}{k(k+2)} \ = \ \frac{3}{2} - \frac{2n+3}{n^2+3n+2}$$
(4p)

7. Lös ekvationen $8\cos^8 x + 8\sin^8 x \ = \ 6 + \sin^4(2x)$ fullständigt. (4p)

8. Betrakta ekvationen
$$\sum_{k=0}^{n} x^{2k} \ = \ \sum_{k=0}^{2n} x^k$$
där n är ett jämnt tal ≥ 2.
   (a) Bestäm 3 rötter. (4p)
   (b) Ange hur många rötter ekvationen kan ha maximalt. (2p)

LYCKA TILL!